

# **Ein generisches Abbildungsmodell für Stereokamerasysteme**

Modellierung, Kalibrierung, Evaluierung und Anwendung

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades

Dr. rer. nat.  
im Fach Informatik

eingereicht an der  
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät II  
Humboldt-Universität zu Berlin

von  
**Dipl.-Inf. Andreas Lubert**

Präsident der Humboldt-Universität zu Berlin:  
Prof. Dr. Jan-Hendrik Olbertz

Dekan der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät II:  
Prof. Dr. Elmar Kulke

Gutachter:

1. Prof. Dr. Ralf Reulke
2. Prof. Dr. Thomas Luhmann
3. Prof. Dr. Peter Eisert

**Tag der Verteidigung:** 14.01.2015



*Auch ein Weg von 1000 Meilen beginnt mit dem ersten Schritt.  
Laotse, chinesischer Philosoph (6. Jhd. v. Chr.)*





## Abstract

The application of perspective camera systems in photogrammetry and computer vision is state of the art. In recent years non-perspective and especially omnidirectional camera systems have increasingly been used in close-range photogrammetry tasks. In general, the perspective camera model, i.e. pinhole model, cannot be applied when using non-perspective camera systems. However, several camera models for different omnidirectional camera systems are proposed in literature. Using different types of cameras in a heterogeneous camera system may lead to an advantageous combination. The advantages of different camera systems, e.g. field of view and resolution, result in a new enhanced camera system. If these different kinds of cameras can be modeled, using a unified camera model, the total calibration process can be simplified. Sometimes it is not possible to give the specific camera model in advance. In these cases a generic approach is helpful too. Furthermore, a simple stereo reconstruction becomes possible when using a fisheye and a perspective camera for example.

In this work camera models for perspective, wide-angle and omnidirectional camera systems were evaluated. A generic camera model were introduced that fully substitutes specific camera models. The crucial initialization of the model's parameters is conducted using a new generic method that is independent of the particular camera system. The accuracy of this generic camera calibration approach is validated by the calibration of a dozen of real camera systems up to subpixel accuracy. Finally, it has been shown that a unified method of modeling, parameter approximation and calibration of interior and exterior orientation can be applied to a generic stereo system to derive precise 3D object data.



## Zusammenfassung

Die Verwendung von perspektivischen Kameras im Bereich der Computer Vision und Photogrammetrie entspricht dem Stand der Technik. In den letzten Jahren kommen immer mehr nicht perspektivische Kamerasysteme zur Anwendung, die vor allem ein deutlich erweitertes Blickfeld bieten. Das klassische perspektivische Abbildungsmodell lässt sich häufig auf solche Kamerasysteme nicht erfolgreich anwenden. In dieser Arbeit wird ein generisches Abbildungsmodell vorgestellt, welches übliche Kamerasysteme akkurat modellieren kann. Solche Kamerasysteme schließen insbesondere klassische perspektivische Systeme, aber auch Fischaugen- und Spiegellinsen-Kamerasysteme ein.

Die Nutzung eines einheitlichen Abbildungsmodells ermöglicht schließlich eine einfache Verwendung und Kalibrierung von heterogenen Stereokamerasystemen, also einer Kombination von unterschiedlichen Kameratypen, die vorteilhafte Eigenschaften gegenüber klassischen Stereosystemen bieten. Hier wären zum Beispiel der deutlich erweiterte Sicht- und Stereobereich zu nennen. Ein solches generisches Abbildungsmodell hat weitere Vorteile, wenn das Abbildungsmodell oder physikalische Eigenschaften eines spezifischen Kamerasystems im Vorfeld nicht bekannt sind. Nicht zuletzt trägt die in dieser Arbeit vorgestellte einheitliche Modellierung und Kalibrierung von Mono- und Stereokamerasystemen dazu bei, Fehler durch falschen Umgang oder falsche Wahl von Methoden der Modellierung oder Kalibrierung zu vermeiden und den Kamerakalibrierprozess insgesamt zu vereinfachen.

In dieser Arbeit wurden verschiedene Ansätze der Modellierung, wie sie in der Literatur für perspektivische, weit-winkelige und omnidirektionale Kamerasysteme vorgeschlagen werden, untersucht und evaluiert. Es wurde eine generische Modellierung vorgeschlagen, die die untersuchten spezifischen Abbildungsmodelle vollständig ersetzen kann. Für die Kalibrierung nicht linearer Abbildungsmodelle wurde eine einheitliche Methode zur Startwertbestimmung vorgeschlagen und evaluiert. Die Genauigkeit der Kalibrierung verschiedenartiger Kamerasysteme mittels einheitlicher Methoden und Abbildungsmodelle wurde anhand diverser realer Kamerasysteme untersucht und bewertet. Es konnte gezeigt werden, dass die dabei auftretenden Fehler deutlich im Subpixelbereich liegen, eine akkurate Kalibrierung über die vorgeschlagene Methodik also möglich ist. Durch Erweiterung des klassischen Konzepts der Epipolargeometrie um die generische Abbildungsmodellierung konnten schließlich heterogene Stereokamerasysteme kalibriert und genaue Stereomodelle abgeleitet werden.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1. Motivation . . . . .	1
1.2. Stand der Technik . . . . .	4
1.3. Beitrag dieser Arbeit . . . . .	14
1.4. Überblick der Arbeit . . . . .	15
<b>2. Grundlagen</b>	<b>17</b>
2.1. Kalibrierung . . . . .	17
2.2. Koordinatensysteme . . . . .	19
2.3. Kalibriertechniken für Monokamerasysteme . . . . .	20
2.3.1. Conrady-Brown Verzeichnungsmodell und <i>Plumbline</i> -Methode . . . . .	20
2.3.2. Direkte Lineare Transformation (DLT) . . . . .	21
2.3.3. Fluchtpunktmethode . . . . .	22
2.3.4. Photogrammetrische Testfeld-Kalibrierung . . . . .	23
2.3.5. Selbstkalibrierung . . . . .	23
2.3.6. Parameterfreie (lokale) Methoden . . . . .	25
2.4. Kalibriertechniken für Stereokamerasysteme . . . . .	26
2.5. Statistische Kriterien und Komplexität . . . . .	28
<b>3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung</b>	<b>33</b>
3.1. Kameramodellierung . . . . .	34
3.1.1. Allgemeine parametrische Modellierung der Kameraabbildung . . . . .	35
3.2. Kameraklassen . . . . .	38
3.2.1. Dioptriken . . . . .	41
3.2.2. Katadioptriken . . . . .	51
3.3. Klassenübergreifende generische Abbildungsmodelle . . . . .	58
3.3.1. Polynomiales Modell . . . . .	59
3.3.2. Rationales Modell . . . . .	60
3.4. Kaustik . . . . .	62
3.4.1. Modellierung der Kaustik . . . . .	63
3.5. Verzeichnungsmodell . . . . .	67
3.6. Bewertung der generischen Abbildungsmodelle . . . . .	76
3.6.1. Approximationsvermögen bei dioptrischen Kamerasystemen . . . . .	77
3.6.2. Approximationsvermögen bei katadioptrischen Kamerasystemen . . . . .	78
3.6.3. Approximationsvermögen bei synthetischen Kamerasystemen . . . . .	79

<b>4. Kalibrierung von Kamerasystemen</b>	<b>83</b>
4.1. Kalibrierung einer Kamera . . . . .	84
4.1.1. Messfeld . . . . .	84
4.1.2. Startwerte . . . . .	86
4.1.3. Kalibrierung . . . . .	92
4.2. Kalibrierung und Modellierung eines generischen Stereosystems . . . . .	95
4.2.1. Epipolargeometrie bei generischem Abbildungsmodell . . . . .	95
4.2.2. Parameterbestimmung . . . . .	98
4.2.3. Ableitung von 3D-Daten . . . . .	98
<b>5. Auswertung</b>	<b>101</b>
5.1. Monokamerasysteme . . . . .	101
5.1.1. Kamerasysteme . . . . .	101
5.1.2. Bewertung . . . . .	108
5.2. Stereokamerasysteme . . . . .	112
5.2.1. Kamerasysteme . . . . .	113
5.2.2. Bewertung . . . . .	116
<b>6. Zusammenfassung</b>	<b>119</b>
<b>A. Absolute Conic (AC)</b>	<b>125</b>
<b>B. Zusammenhang Perspektivisches und Stereographisches Modell</b>	<b>129</b>
<b>C. Herleitung radial-asymmetrische Verzeichnung</b>	<b>131</b>
<b>D. Direkte Lineare Transformation</b>	<b>133</b>
<b>E. Fluchtpunktmethoden</b>	<b>137</b>
<b>F. Äquivalenz Kugelmodell und radiale Abstandsfunktion</b>	<b>139</b>
<b>G. Zhang's Kalibriermethode</b>	<b>141</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.1. Kalibriermarken . . . . .	19
2.2. Koordinatensysteme . . . . .	20
2.3. Epipolargeometrie . . . . .	27
2.4. Komplexität und Statistisches Kriterium . . . . .	31
3.1. Modellierungsparadigmen . . . . .	35
3.2. Schematischer Abbildungsvorgang bei verschiedenen Kameraklassen . . .	40
3.3. Strahlengang und Kaustik bei Dioptriken . . . . .	42
3.4. Modulationsübertragungsfunktion zweier Dioptriken . . . . .	43
3.5. Lochkameramodell und dessen funktionales Verhalten . . . . .	44
3.6. Funktionales Verhalten trigonometrischer Modelle . . . . .	45
3.7. Abbildungsverhalten trigonometrischer Modelle . . . . .	47
3.8. Parameterraum Klassenmodelle . . . . .	48
3.9. Katadioptriken . . . . .	51
3.10. Modulationsübertragungsfunktion omnidirektionaler Kamerasysteme . . .	52
3.11. Vergleich Modulationsübertragungsfunktion . . . . .	53
3.12. Geometrischer Abbildungsvorgang einer zentralen Katadioptrik . . . . .	54
3.13. Kugelmodell . . . . .	56
3.14. Abbildungsverhalten katadioptrischer Modelle . . . . .	58
3.15. Fehlerverhalten Rationales Modell . . . . .	61
3.16. Bewertung Rationales Modell . . . . .	62
3.17. Geometrie Kaustik . . . . .	64
3.18. Darstellung Kaustik . . . . .	65
3.19. Vergleich Verschiebung Kamerakonstante . . . . .	66
3.20. Vergleich Kaustikmodellierung . . . . .	67
3.21. Conrady-Brown-Modell . . . . .	68
3.22. Hauptpunkte eines Bildes . . . . .	70
3.23. Hauptpunkt Fischauge . . . . .	72
3.24. Dezentrierung . . . . .	73
3.25. Approximation dioptrischer Modelle . . . . .	78
3.26. Approximation katadioptrischer Modelle . . . . .	79
4.1. Laborwand . . . . .	85
4.2. Darstellung Exzentrizität . . . . .	86
4.3. Vergleich Exzentrizität . . . . .	87
4.4. Invarianz Azimut . . . . .	88
4.5. Aufnahmeconfiguration Kalibrierung . . . . .	93

## Abbildungsverzeichnis

4.6. Generische Epipolargeometrie . . . . .	96
4.7. Epipolarkurve . . . . .	97
4.8. Schema Rektifizierung . . . . .	100
5.1. Fehler bei Kalibrierung . . . . .	111
5.2. Stereosysteme . . . . .	113
5.3. Stereosystem 1 . . . . .	114
5.4. Stereosystem 2 . . . . .	115
5.5. Stereomodell . . . . .	116
5.6. Darstellung Epipolarkurven . . . . .	117
6.1. Zylindrische Rektifizierung . . . . .	123
A.1. Absolute Conic . . . . .	127



# Tabellenverzeichnis

2.1. Parameter statistischer Kriterien . . . . .	30
3.1. Korrelation Parameter IO . . . . .	75
3.2. Korrelation Parameter EO und IO . . . . .	76
3.3. Approximation synthetischer Optiken mit 2P-Modellen . . . . .	80
3.4. Approximation synthetischer Optiken . . . . .	81
5.1. CF-2000 V1 . . . . .	102
5.2. CF-2000 V2 . . . . .	102
5.3. Katadioptrik . . . . .	103
5.4. Fischaugensystem . . . . .	103
5.5. 2mm-Weitwinkel . . . . .	103
5.6. 3mm-Weitwinkel . . . . .	104
5.7. 3.8mm-System . . . . .	104
5.8. 3.8mm System mit WsG . . . . .	104
5.9. 4.8mm-System mit WsG . . . . .	105
5.10. 4.8mm-System . . . . .	105
5.11. Webcam . . . . .	105
5.12. Panasonic DMC-FZ8 . . . . .	106
5.13. 7mm-System . . . . .	106
5.14. Pentax Optio W60 . . . . .	106
5.15. 8.5mm-System mit WsG . . . . .	107
5.16. 8.5mm-System . . . . .	107
5.17. 18mm-System . . . . .	107
5.18. 24mm-System . . . . .	108
5.19. 35mm-System . . . . .	108
5.20. Mittelwert und Streuung Anzahl Modellparameter . . . . .	110
5.21. Mittelwert und Streuung Fehler Abbildungsmodelle . . . . .	112
5.22. Stereosystem 1 - Einzelkameras . . . . .	114
5.23. Fehlermaße Stereosystem 1 . . . . .	114
5.24. Stereosystem 2 - Einzelkameras . . . . .	115
5.25. Fehlermaße Stereosystem 2 . . . . .	116



# Abkürzungen

AC	Absolute Conic
AIC	A new estimate minimum Information theoretical Criterion
AO	Absolute Orientierung
AQ	Absolute Quadric
$c$	Kamerakonstante
CAIC	Consistent AIC
CEP	Cubic eigenwert problem
DLT	Direkte Lineare Transformation
DM	Division Model
DOF	Degree of Freedom
EO	Äußere Orientierung
FOV	Field of View
GAIC	Geometric AIC
GL	Gimbal Lock
GMDL	Geometric MDL
HT	Hough Transformation
IAC	Image of AC
IO	Innere Orientierung
IP	Interest Point
LDP	Location Determination Problem
LMA	Levenberg-Marquardt-Algorithmus
LMedS	Least Median of Squares
LUT	Lookup table

## *Tabellenverzeichnis*

MDL	Minimum Description Length
MTF	Modulationsübertragungsfunktion
NZK	nicht zentrale Kamerasysteme
P3P	Perspective-Three-Point
P4P	Perspective-Four-Point
PM	Polynomialmodell
QEP	Quadratic Eigenvalue Problem
RAC	Radial Alignment Constraint
RANSAC	Random Sample Consensus
RHT	Randomized-HT
RO	Relative Orientierung
RM	Rationalmodell
RMS	Root Mean Square
RMSE	Root-Mean-Square Error
SIFT	Scale-invariant feature transform
SVC	Single Viewpoint Constraint
SVD	Singular Value Decomposition
ZK	zentrale Kamerasysteme
ZKS	Zentralkatadioptrisches System

# 1. Einleitung

## 1.1. Motivation

Kamerasysteme sind klassische Sensoren zur Wahrnehmung und werden seit mehr als 100 Jahren zur Vermessung von Landschaften und Objekten verwendet. So wurden in der traditionellen analogen Luftbildphotogrammetrie Grundlagen und Methoden geschaffen, die heute noch größtenteils ihre Gültigkeit haben. Diese Methoden sind sehr gut untersucht und anwendungsbereit.

Damit Kamerasysteme als Messsysteme verwendet werden können, müssen ihre Abbildungseigenschaften hinreichend genau bekannt sein. Das heißt, der Weg des Lichtes, als Informationsträger, aus der Welt auf das Bild muss bekannt sein. Nur so können Informationen im Bild dazu verwendet werden, um auf Eigenschaften der Objekte in der abgebildeten Welt zu schließen. Dieser Abbildungsvorgang wird traditionell über die zentralperspektivische Abbildung modelliert, dessen mathematische Repräsentation die Kollinearitätsgleichungen sind. Eine wichtige Eigenschaft dieser Abbildung ist die Kollinearität von Raum- und Bildpunkten mit einem speziellen Punkt im Raum, dem Projektionszentrum. In diesem Punkt schneiden sich alle Objektpunktstrahlen. Über dieses Modell ist es möglich, einen Großteil der Kamerasysteme bis auf Subpixelebene genau zu beschreiben.

Durch die sich ändernden Anforderungen und die fortschreitende Entwicklung auf dem Gebiet derameratechnik, haben sich insbesondere die Abbildungseigenschaften von Kamerasystemen seit der Zeit der analogen Luftbildphotogrammetrie verändert. War viele Jahre für die meisten Anwendungen, insbesondere im Fernerkundungsbereich, ein beschränktes Blickfeld mit langer Brennweite, und damit das klassische Abbildungsmodell der Zentralperspektive, ausreichend für eine genaue Charakterisierung des Kamerasystems, haben heutige Systeme, insbesondere solche für den Nahbereich, große Öffnungswinkel oder gar Rundumblick. Viele Anwendungen in der Computer Vision und Photogrammetrie profitieren direkt von einem größeren Blickfeld (engl. Field of View (FOV)), wie Überwachung, Telekonferenzen, 3D-Modellierung, Materialüberprüfung, Robotik und Navigation.

So gibt es heutzutage eine Reihe von Kamerasystemen, die dem klassischen Modell der Perspektive nur annähernd oder gar nicht entsprechen, da hier unter Umständen kein einzelnes Projektionszentrum existiert. Bei einigen Systemen ist es dennoch möglich, die Abweichung von der zentralperspektivischen Abbildung über ein nichtlineares Verzeichnungsmodell zu beschreiben. Insbesondere Kamerasysteme mit großem FOV können nicht länger über das klassische Modell der Zentralperspektive, ggf. ergänzt durch ein Verzeichnungsmodell, modelliert werden. Mathematisch gesehen, ist das perspektivische Abbildungsmodell für Blickwinkel größer als  $180^\circ$  nicht eindeutig und zeigt generell ein

## 1. Einleitung

ungünstiges Verhalten im Bereich größerer Winkel.

Darum existieren in der Literatur eine große Vielzahl von spezifischen Abbildungsmodellen, die für bestimmte Kamerateypen entwickelt wurden, die dem klassischen Abbildungsmodell nicht mehr entsprechen. In diese Kategorie fallen insbesondere Fischaugen- und Spiegellinsensysteme, für die verschiedenste Abbildungsmodelle und Methoden der Kalibrierung existieren. Dabei widersprechen sich die Modelle teilweise oder erfordern aufwendige Methoden der Kalibrierung. Nicht zuletzt hat das jeweilige Abbildungsmodell auch einen Einfluss auf die verwendete Kalibriermethode. Unter Umständen - wie bei der Verwendung von Wetterschutzgehäusen, geschlossenen Systemen oder aus anderen Gründen - ist die Kenntnis über das geeignete Abbildungsmodell im Vorfeld nicht möglich oder nur aufwendig zu gewinnen. Auch die Wahl des Messaufbaus zur Kamerakalibrierung hat entscheidenden Einfluss. Ein ungeeigneter Messaufbau kann zu prinzipiellen Fehlern bei der Kalibrierung führen.

In steigendem Maße werden Kamerasysteme auch von Laien eingesetzt, um kamerabasierte Messsysteme zu installieren und zu betreiben. Daher ist der Bedarf an vergleichsweise einfach zu handhabbaren Kalibriermethoden für eine möglichst große Vielzahl von Kamerasystemen stetig gestiegen. Hierbei spielen in der Regel keine von Industrielösungen erreichbare Genauigkeiten die zentrale Rolle, sondern einfache, schnelle und robuste Lösungen. In diesem Zusammenhang beliebte Kamerasysteme sind Fischaugensysteme. Sie bieten durch ihren großen FOV bei gleichzeitig kompakten Maßen ein großes Potential bei Mess- und Überwachungsaufgaben, da nominell weniger Aufnahmen einer Szene notwendig sind, um eine Szene ganzheitlich zu erfassen.

Für Messaufgaben können auch mehrere Kameras gleichzeitig eingesetzt werden und es entstehen Multikamerasysteme. Hierbei werden im Wesentlichen zwei Vorteile gegenüber einem Monokamerasystem angestrebt. Zum einen ermöglichen zusätzliche Kameras die Rekonstruktion der Dreidimensionalität. Zum anderen kann der Sichtbereich auf diese Weise erweitert werden. So zeigen Untersuchungen im Bereich der Verkehrsmodellierung, dass perspektivische Verdeckungen der Fahrzeuge untereinander ursächlich für Streuungen von ermittelten Flussdichten sind und durch ein Multikamerasystem kompensiert werden könnten (Leich (2006)). Hierfür ist die Kenntnis über den gesamten Strahlenverlauf in einem solchen Stereo- oder Multikamerasystem notwendig. In diesem System spielen auch die jeweiligen Abbildungsmodelle der einzelnen Kameras eine Rolle. Werden verschiedenartige Kameras zu einem System kombiniert, sind auch verschiedene Abbildungsmodelle gleichzeitig zu berücksichtigen. So kombinieren Schneider und Maas (2005) in einem Bündelblockausgleich die Abbildungsmodelle für eine Panoramakamera und eine perspektivische Kamera, um die Ortsauflösung bei interessanten Szenendetails zu erhöhen. Auf diese Weise kann die Schnittgeometrie in diesem Bereich stabilisiert werden. Auch in Sturm (2002) werden Kamerasysteme unterschiedlichen Typs kombiniert. Besonders für die Navigation mobiler Roboter ist die Kombination verschiedenartiger Kamerasysteme sinnvoll. So wird in Adorni u. a. (2003); Cagnoni u. a. (2007) und Kämpeler u. a. (2010) ein Stereosystem aus omnidirektionaler und perspektivischer Kamera aus dem RoboCup-Bereich vorgestellt. Beim RoboCup<sup>1</sup> geben die Regeln bestimmte

---

<sup>1</sup>Eine Wettkampfveranstaltung aus dem universitären Bereich zur Erforschung fussballspielender Ro-

Bauarten der Roboter vor. Um die dreidimensionalen Positionen des Spielballs ableiten zu können, werden hier perspektivische mit omnidirektionalen Kameras kombiniert. So erreichen sie vorteilhaft die Rundumsicht und eine höhere Ortsauflösung im Stereobereich. Auch in Chen u. a. (2003) werden Spiegellinsen und Linsensysteme zu einem Stereosystem kombiniert und kalibriert. Ein solcher Aufbau ist schematisch in Abbildung 5.2a dargestellt und wurde im Rahmen dieser Arbeit evaluiert.

Vor dem Hintergrund der großen Vielzahl an Kalibriermethoden und Abbildungsmodellen ist das Ziel dieser Arbeit, einen Beitrag zur einheitlichen Modellierung, Kalibrierung und Bewertung von in Wissenschaft und Praxis üblichen Kamerasystemen zu leisten. Dazu soll eine umfangreiche Analyse der Kalibrier- und Modellierungsmethodiken aus Photogrammetrie und Computer Vision durchgeführt werden. Es sollen diejenigen Methoden und Modelle identifiziert werden, die eine möglichst umfassende Modellierung und Kalibrierung von verbreiteten Mono- und Stereokamerasystemen ermöglichen. Gegebenenfalls müssen diese Methoden entsprechend angepasst werden. Dabei sollen insbesondere die von Tsai (1987) genannten Kriterien für eine optimale Kamerakalibrierung berücksichtigt werden. Tsai beschreibt folgende fünf Kriterien für eine optimale Kamerakalibrierung. Erstens sollte die Kalibrierprozedur, angefangen bei den Startwerten bis hin zur finalen Parameteroptimierung, autonom, also automatisch ablaufen. Zweitens sollte die Kalibrierung die erforderlichen Genauigkeitsansprüche erfüllen. Typischerweise wird eine Genauigkeit von einem Tausendstel des Messbereiches erwartet. Drittens sollte die Kalibriermethode hinreichend effizient sein, da bei vielen Industrieanwendungen häufige Nachkalibrierungen notwendig sind. Viertens sollte ein möglichst breites Spektrum von Anforderungen an die Genauigkeit, an Setups und an Anwendungsgebieten abgedeckt werden. Fünftens sollte sich die Kalibriermethode auf gängige Hardware, d.h. Kamerasysteme, stützen und keine aufwendigen Speziallösungen voraussetzen.

Aus dem Ziel einer einheitlichen Methodik von Modellierung und Kalibrierung motiviert sich die Einführung eines generischen radialsymmetrischen Abbildungsmodells, welches spezifische parametrische Modelle ersetzt und zusätzlich unbekannte Modellabweichung approximiert. Über ein solches Modell ist es möglich, eine Vielzahl handelsüblicher perspektivischer und nicht perspektivischer Kamerasysteme genau zu kalibrieren. Nichtsdestotrotz ist auch weiterhin ein zusätzliches Verzeichnungsmodell nach dem klassischen Ansatz notwendig, wenn die Abbildung wesentliche nicht radialsymmetrische Komponenten enthält. Allerdings kann dieses Verzeichnungsmodell nun um radialsymmetrische Effekte entsprechend gekürzt werden, da diese vollständig im Abbildungsmodell darstellbar sind. Ein weiterer entscheidender Vorteil ergibt sich für die Kombination verschiedenartiger Kamerasysteme, um ihre jeweiligen vorteilhaften Eigenschaften in einem Stereo- oder Multikamerasystem zu kombinieren.

Ein generisches Modell ermöglicht nicht zuletzt auch die Vergleichbarkeit verschiedenartiger Kamerasysteme bezüglich der erzielten Genauigkeiten. In dieser Arbeit soll sich auf Flächensensoren beschränkt werden. Natürlich existieren Verfahren zur Kalibrierung und Modellierung von Zeilensensoren, wie z.B. in Draréni u. a. (2010) ausgeführt.

## 1. Einleitung

Im Gegensatz zum Stand der Technik sollen durch Vereinheitlichung der Modellierung und Kalibrierung von Mono- und Stereosystemen Fehler bei der Kalibrierung vermieden, die Kalibrierzeit verkürzt, die Verwendung komplexer Kamerasysteme - wie Fischaugen oder Spiegellinsensysteme - einfach ermöglicht und zu Stereosystemen kombiniert werden.

## 1.2. Stand der Technik

Nachfolgend soll ein Überblick über den Stand der Technik bei Modellierung und Kalibrierung von Mono- und Stereokamerasystemen gegeben werden. Es werden wesentliche Methoden der Kalibrierung und Bestimmung von (Start-)Werten einzelner Parameter vorgestellt. Da insbesondere die Modellierung der Abbildung von Kamerasystemen ein Schwerpunkt dieser Arbeit ist, wird diese in Kapitel 3 ausführlich dargestellt.

### Kamerakalibrierung

Eine der grundlegenden Arbeiten auf dem Gebiet der Kamerakalibrierung ist die von Tsai (1987). Die Basis der von Tsai vorgeschlagenen Methode zur Kalibrierung eines Kamerasystems ist das Radial Alignment Constraint (RAC), bei dem von einer Objekt- und Bildpunktstrahl-Parallelität ausgegangen wird. Das RAC ermöglicht eine effiziente Berechnung von Startwerten für eine Zwei-Schritt-Kalibrierung mit abschließender Gesamtoptimierung. Tsais Methode hat nach wie vor eine hohe Bedeutung bei der Kamerakalibrierung. Viele Autoren verwenden diese Methode als Basis ihrer Arbeit. So hat z.B. Horn (2000) ein umfängliches Review der ursprünglichen Arbeit von Tsai geschrieben. Gerade die von Tsai geforderte Vielseitigkeit in Anwendung und Hardware bei der Kamerakalibrierung soll im Rahmen dieser Arbeit berücksichtigt werden. Wichtiger ist allerdings die Unabhängigkeit von Tsais Methode von dem radialen Abstand eines projizierten Punktes vom Hauptpunkt in der Bildebene. Diese Eigenschaft ist entscheidend für die Anwendbarkeit auch bei nicht perspektivischen Abbildungen (*siehe* Abschnitt 4.1.2), da der radiale Abstand maßgeblich durch die spezifischen Abbildungseigenschaften bestimmt wird. Ferner lässt sich dieser Ansatz auf die Verwendung zusätzlicher Parameter erweitern. So wird in Lenz und Tsai (1988) Tsais Methode um die Bestimmung des Hauptpunktes erweitert. Die Autoren schlagen drei Möglichkeiten zur Bestimmung des Hauptpunktes vor. Diese Bestimmungsmethoden werden in Abschnitt 3.5 detaillierter vorgestellt.

Eine weitere breit angewendete Methode der Kalibrierung wird in Zhang (1998) und Zhang (1999) vorgestellt. Diese Methode war ursprünglich für ebene Kalibrierobjekte entwickelt worden, lässt sich aber auf räumliche Objekte erweitern. Voraussetzung zur Anwendung dieser Methode ist zum einen ein perspektivisches Kamerasystem und zum anderen mindestens zwei Aufnahmen des Kalibrierobjektes aus verschiedenen Richtungen. Zhang nutzt die Abbildung der Absolute Conic (AC) um zwei Bedingungen pro Bild für die Innere Orientierung (IO) herzuleiten. In Maybank und Faugeras (1992) werden *Epipolar-constraints* für die Bestimmung der AC verwendet (Kruppa Gleichungen). Wenn drei Perspektiven (einer sich bewegenden Kamera mit beobachteten statischen



Punkten) vorhanden sind, können daraus die jeweiligen Epipolargeometrien, die IO der Kamera und die Äußere Orientierung (EO) (hier: die Bewegung relativ zu den Punkten) der Kamera bestimmt werden (Luong und Faugeras (1997)). Die Arbeit von Luong und Faugeras (1997) konzentriert sich auf die Bestimmung der IO, die bei ebener Kamerabewegung über drei Bilder bestimmt werden kann. Ein umfassender Überblick über die in der Computer Vision häufig verwendete Selbstkalibrierung nach dem Prinzip des AC ist mit den Arbeiten Faugeras u. a. (1992); Maybank und Faugeras (1992); Pollefeys u. a. (1999) gegeben. Die Methode des AC wird ausführlich im Anhang A beschrieben. In Zhangs Methode wird die Orthonormalität der Rotationsmatrix genutzt, um für die Lösung notwendige Nebenbedingungen zu definieren. Diese Methode ist sehr gut geeignet, um alle relevanten Parameter perspektivisch abbildender Kamerasysteme zu bestimmen. Sie ist allerdings nicht geeignet, um Parameter nicht perspektivisch abbildender Kamerasysteme verlässlich zu bestimmen. Zhangs Methode wird im Anhang G näher beschrieben. Sie ist eine Zwei-Schritt-Technik mit Startwertbestimmung und abschließender Optimierung nach Levenberg-Marquardt-Algorithmus (LMA). Kameras bilden in der Regel nicht genau nach dem Modell der Zentralperspektive ab, sondern zeigen eine mehr oder weniger ausgeprägte radiale Abweichung von diesem Modell. Bei Zhang, wie auch vielen anderen Autoren, werden solche Kameras mittels der Zentralperspektive, ergänzt um radiale Verzeichnung, modelliert. Die Experimente in Abschnitt 5.1.1 zeigen, dass diese Herangehensweise sich bei einer Reihe von Kamerasystemen nicht erfolgreich anwenden lässt. Teixeira u. a. (2006) zeigen eine konkrete Implementierung der viel genutzten Zhang-Methode. Interessant sind die hier verwendeten Normalisierungen, was einer Konditionierung des Kalibrierproblems entspricht. Auch in Sturm und Maybank (1999) gibt es weiterführende Betrachtungen von Zhangs Methode.

Die Methode nach *Faugeras*, wie sie in Salvi u. a. (2002) beschrieben wird, ähnelt der Methode der Direkten Linearen Transformation (DLT), die in Abschnitt 2.3.2 vorgestellt wird. Eine solche Kalibrierung wird u. a. in Samtaney (1999) angewendet und stellt die klassische perspektivische Kalibrierung mit DLT zur Startwertgewinnung dar. Ferner wird in dieser Arbeit eine Analyse des Gimbal Lock (GL) durchgeführt. Die DLT ist eine weitere viel verwendete Standardmethode der Kamerakalibrierung. Stamatopoulos u. a. (2010) untersuchen die Besonderheiten der Kalibrierung von langbrennweitigen Kamerasystemen. Die Korrelationen zwischen den Parametern der IO untereinander und die Korrelation zwischen den Parametern der IO und EO nehmen mit steigender Brennweite zu. Das klassische perspektivische Abbildungsmodell mit erweiterten Verzeichnungsmodell nach Brown-Conrady ist allerdings schwach besetzt im Falle langer Brennweiten und kann bei Ungenauigkeiten schnell zu einem instabilen, linearisierten Modell für die Optimierung führen. Daher werden in diesem Beitrag die analytischen Differentialkoeffizienten des Hauptpunktes korrigiert, um die Ausgleichung zu stabilisieren. Batista u. a. (1998) unterscheiden sowohl zwischen expliziter und impliziter als auch linearer und nichtlinearer Kalibrierung, die mit und ohne Verzeichnung erfolgt. Für die Kalibrierung bzw. die Generierung von Startwerten nutzen sie ein Rechteck als Kalibrierobjekt und die Methode des Perspective-Four-Point (P4P). In Éric Marchand und Chaumette (2001) wird *virtual visual servoing* zum Kalibrieren einer Kamera verwendet. In Serradell u. a. (2010) wird eine robuste Methode vorgestellt, die die 2D-3D-Korrespondenzen

## 1. Einleitung

(Homographien) bestimmen kann. Es werden neben radiometrischen Ähnlichkeitskriterien auch geometrische Bedingungen verwendet. Neben der klassischen Zwei-Schritt-Kalibrierung, die maßgeblich von Weng u. a. (1992) geprägt wurde und zu der die oben erwähnte Zhang-Methode gehört, gibt es weitere mehrschrittige Verfahren. So zum Beispiel eine Vier-Schritt-Methode, die in Heikkilä und Silven (1997) und Heikkilä (2000) vorgestellt wird. Hier werden zusätzlich die Exzentrizität (*siehe* Abschnitt 4.1.1) und die Verzeichnung kalibriert. Chen u. a. (2003) kalibrieren ein parabolisches Spiegellinsensystem, bei dem zunächst ausschließlich die IO der Kamera bestimmt wird. Anschließend werden die restlichen Parameter des Gesamtsystems bestimmt. Beide nutzen keinerlei Verzeichnungsmodelle und erhalten entsprechende Fehler insbesondere im Randbereich. Ein ähnliches Vorgehen wird in der Arbeit von Ragot u. a. (2006) beschrieben. Ragot u. a. kalibrieren ein katadioptrisches Stereosystem mit zwei verschiedenen Methoden. Die klassische Testfeldkalibrierung über das analytische Modell führt allerdings zu Ungenauigkeiten, da die Verzeichnung und die leichte Nichtzentralität nicht korrigiert werden. Als weitere Methode verwenden die Autoren eine diskrete Kalibrierung, bei der die Abbildungsfunktion aus bekannten Punkten interpoliert wird. Peng und Li (2010) schlagen eine Kalibrierung über bewegte eindimensionale Objekte mit zwei definierten Endpunkten in einer Ebene vor. Die Kamera muss hierbei eine ideale Lochkamera sein. Für einen umfassenden Überblick über aktuelle Aufnahmetechniken und Kalibrierverfahren sei als Fachliteratur Luhmann u. a. (2007) oder Kraus Kraus (2004, 1996) genannt. Eine lesenswerte Übersicht über die Entwicklung der Kamerakalibrierung bietet auch die Arbeit von Clarke und Fryer (1998).

Für die in der Literatur üblichen Mehrschritt-Techniken zur Kalibrierung mit abschließender Optimierung sind für die relevanten Parameter Startwerte notwendig, an der die nichtlineare Abbildungsfunktion entwickelt, d.h. linearisiert werden kann. Für die Bestimmung von Startwerten bieten sich Methoden an, die zwar weniger genau sind, dafür aber robuster gegenüber fehlerhaften Daten. Hierbei sind systematische Fehler, also z.B. nicht Gauss-verteiltes Rauschen gemeint. Die Random Sample Consensus (RANSAC)-Methode ist eine der meist zitierten und bekanntesten Arbeiten im Zusammenhang mit der Kalibrierung von Kameras. Fischler und Bolles stellen eine Methode vor, die die robuste Bestimmung von Modellparametern bei fehlerhaften Daten erlaubt. Die Methode basiert darauf, dass zufällig Daten ausgewählt werden, die das Modell initialisieren. Anschließend wird geprüft, wie viele der Daten das initialisierte Modell unterstützen. Dieser Vorgang wird iterativ wiederholt, bis das Modell gefunden wurde, das die meisten Unterstützer in den Daten hat. Verwendet wurde diese Methode ursprünglich für das Location Determination Problem (LDP), eines der klassischen Probleme in der Photogrammetrie und Computer Vision. In der Arbeit werden naheliegende Verbesserungen genannt, wie eine Heuristik statt dem Zufall für die Auswahl der Daten. Ferner können die zum Modell passenden Daten auch verwendet werden, um das Modell zu verbessern. Der entscheidende Vorteil dieser Methode ergibt sich im Bereich der automatischen Messwerterfassung. Hier kommt es häufig zu Klassifikations(Zuordnungs)- und/oder Messfehlern. Solche Fehler, die nicht dem normal verteilten Messwertrauschen zuzuordnen sind, gilt es zu erkennen, um eine genaue und robuste Kalibrierung zu gewährleisten. Einen hohen

Verwendungsgrad und Weiterentwicklungen hat diese Methode zum Beispiel im Bereich des Stereomatchings mit dem Modell der Epipolargeometrie erfahren. Hier sind die Arbeiten von Chum (2005); Chum und Matas (2005) exemplarisch zu nennen. In diesen Arbeiten wurde die Stabilität, die Anfälligkeit für Messwerttauschen und die allgemeine Komplexität gegenüber der Originalimplementierung von RANSAC im Zusammenhang mit Mehrbildzuordnungen verbessert. Vor allem die Geschwindigkeit konnte auf diese Weise gesteigert werden. Eine weitere robuste Methode dieser Art ist Least Median of Squares (LMedS). Diese Methode wird von Rousseeuw und Leroy (1987) vorgestellt und wird z.B. in El-Melegy und Farag (2003) verwendet.

In Hartley und Kang (2005) findet sich eine interessante Methode zur direkten Bestimmung der Verzeichnung über einen linearen Zusammenhang. Der Symmetriehauptpunkt entspricht hier dem linken Epipol einer Fundamentalmatrix aus Pass- und Bildpunkten. Die Nutzung einer solchen (radialen) Fundamentalmatrix zur Bestimmung des Hauptpunktes und der radialen Verzeichnung eines Bildes wird auch in der Arbeit von Li und Hartley (2005) aufgegriffen. Li und Hartley zeigen, wie unter Verwendung von neun homologen Punkten die Fundamentalmatrix und die radiale Verzeichnung bestimmt werden können. Dabei spielt das Modell der Verzeichnung keine Rolle, solange es algebraisch ist. Hier werden durch zwei Singularitätsbedingungen die Parameter der Verzeichnung von denen der Fundamentalmatrix entkoppelt. Das unterscheidet diesen Ansatz von Fitzgibbon (2001), da dort die Fundamentalmatrix und die Verzeichnung gleichzeitig bestimmt werden. Das Verfahren von Li und Hartley (2005) ist nicht geeignet bei einer Parameteranzahl größer vier. Hughes u. a. (2008) stellen eine Methode vor, die die Bestimmung des Hauptpunktes über sich schneidende Geraden und ihrer Fluchtpunkte ermöglicht. Startwert für den Hauptpunkt bei zirkularen Fischaugen kann auch der geometrische Mittelpunkt des kreisförmigen Bildausschnittes sein, wie in Bakstein und Pajdla (2002) gezeigt wird. Kang (2000b) stellen ein Verfahren vor, das die Parameter der radialen Verzeichnung unter der Voraussetzung ermittelt, dass die tangentielle Verzeichnung und der Hauptpunkt bekannt bzw. Null sind. Er nennt dieses Verfahren *Radial Distortion Snakes*. In diesem Ansatz werden gewöhnliche *snakes* um das Modell der radialen Verzeichnung als Bewegungsmodell erweitert. Dieser Ansatz wird als sehr robust gegenüber lokalen Minima dargestellt.

## Abbildungsmodellierung

Neben dem klassischen Modell der Perspektive als Abbildungsmodell finden sich insbesondere für Fischaugen- und Spiegellinsensysteme zahlreiche Modelle und Methoden der Kalibrierung. Mehrere Autoren verwenden die Eigenschaft, dass gerade Raumlinien bei Weitwinkel- und Fischaugenobjektiven auf Ellipsen abgebildet werden, wie z.B. in Strand und Hayman (2005) und Barreto und Daniilidis (2005), um auf Eigenschaften der optischen Abbildung zu schließen. In der Arbeit von Bräuer-Burchardt und Voss (2001) werden explizit Fischaugen verwendet, die Geraden auf Kreise abbilden. Hier wird ein Fischaugensystem über eine einfache rationale Funktion als Abbildungsmodell beschrieben. Schwalbe (2005) setzt Fischaugen z.B. zur Waldbeobachtung ein und verwendet das Äquidistanzmodell zur Modellierung von des Kamerasystems. In der Arbeit von Hug-

## 1. Einleitung

hes u. a. (2010) wird unter Annahme der äquidistanten Projektion ein Fischauge mit dem Schachbrett-Verfahren kalibriert. Hier bilden Geraden auf Kreise oder verallgemeinert, um den Fehler zu minimieren, auf Kegelschnitte ab. Die Kegelschnitte der beiden Haupttrichtungen schneiden sich in vier Fluchtpunkten. Diese vier Punkte können genutzt werden, um die Kamerakonstante und den Hauptpunkt zu schätzen. Auch in dem Beitrag von Ying und Hu (2004a) werden Kegelschnitte verwendet, um Parameterwerte eines Fischaugen-Abbildungsmodells zu bestimmen. In Liu u. a. (2008b) wird das Field of View (FOV)-Modell zur Modellierung eines Fischauges verwendet, welches von Dervinay und Faugeras (2001) eingeführt wurde. Shah und Aggarwal (1996) und Ho u. a. (2005) nutzen ein Polynom zur Modellierung des Abbildungsvorganges von Fischaugensystemen. In Yamaguchi (2011) werden verschiedene Modelle für Fischaugensysteme evaluiert. Darunter sind *logarithmic mapping*, *log-polar mapping*, Polynomialmodell, Äquidistanzmodell und das Orthogonalmodell. In Ho u. a. (2005) werden Startwerte für die Koeffizienten eines Polynomialmodells für Fischaugensysteme unter der Voraussetzung hergeleitet, dass die wesentlichen Parameter der IO und EO und damit der Bildpunktradius  $r_i$  und die Inklination  $\theta_i$  bekannt sind. Das Schätzen von Startwerten über solche und ähnliche Methoden sollte allerdings nur mit Punkten in der Nähe des Hauptpunktes erfolgen, da diese den Effekten der Verzeichnung nicht in dem Maß wie die Randbereiche unterliegen (Weng u. a. (1992)). Im Gegensatz dazu wird in Stevenson und Fleck (1995) gezeigt, dass Polynome die wahre Abbildungsfunktion nur ungenügend approximieren können, wenn die Daten nicht den gesamten Definitionsbereich stützen. In Bakstein und Pajdla (2002) wird ein geeignetes Modell für eine Fischaugenkamera aufwendig über ein spezielles Kalibrierobjekt bestimmt, das ausschließlich diesem Zweck dient. Hier wird das Kamerasystem in einen mit Mustern versehenen, speziell konstruierten Zylinder gesteckt bzw. um einen solchen rotiert. Auch in Schwalbe (2005) und Schneider u. a. (2009) wird ein extra konzipiertes Kalibrierobjekt genutzt, um ein Fischaugenkamerasystem zu kalibrieren. Der hier verwendete Kalibrierraum, bestehend aus konzentrisch angeordneten Markern, kommt dem in dieser Arbeit verwendeten Aufbau nahe.

Eine spezifische Abbildungsmodellierung für Spiegellinsen- bzw. für katadioptrische Systeme wird z.B. in Svoboda u. a. (1998) angegeben. Micusik und Pajdla (2006) verwenden ein Zentralprojektionsmodell, um nicht zentrale Kameramodelle zu approximieren. Geyer und Daniilidis (2001a) zeigen, dass die katadioptrische Projektion äquivalent zu einer Kugelprojektion ist. Ying und Hu (2004a) verallgemeinern diesen Ansatz zu einem Zwei-Schritt-Modell. Zunächst werden Objektpunkte auf eine *Quadrik* und anschließend über das perspektivische Modell auf die Bildebene projiziert. Ein einheitliches Modell für alle Single Viewpoint Constraint (SVC)-Kameras wird in Tardif u. a. (2006) und Barreto (2006) vorgestellt. Fitzgibbon (2001) führte das *Division Model* als eine spezielle Form des Rationalmodells ein und verwendete es zur Kalibrierung allgemeiner Weitwinkel-Kamerasysteme. Micusik und Pajdla (2003) greifen diesen Ansatz auf und entwickeln ihn für omnidirektionale Kameras durch Linearisierung weiter. Allgemein hat sich in der Literatur die von Baker und Nayar (1999) eingeführte Formalisierung katadioptrischer Systeme und die darauf aufbauende Ableitung eines analytischen Modells nach Geyer und Daniilidis (2000) durchgesetzt. Solche und viele andere Modelle sind parametrische Modelle, bei denen für gewöhnlich ein kleiner Satz von Parametern bestimmt werden

muss.

Neben solchen parametrischen Methoden der Kalibrierung von Kamerasystemen unterschiedlicher Art gibt es nicht parametrische Methoden, wie sie z.B. in Grossberg und Nayar (2001) und Hartley und Kang (2005) vorgestellt werden. Ferner gibt es die Methode der Selbstkalibrierung über Mehrbildaufnahmen, wie sie in Kang (2000a) und Geyer und Daniilidis (2001b) beschrieben wird. In der Arbeit von Geyer und Daniilidis (1999) wird die Kalibrierung über Fluchtpunkte dargestellt. Neben Fluchtpunkten gibt es auch weitere geometrische Invarianten, wie Kreise oder Linien, die zur Kalibrierung von Kamerasystemen Anwendung finden (Ying und Hu (2004b)).

Zur Kalibrierung eines klassischen Stereosystems nutzt Ernst (1996) ein aktives Kalibrierverfahren. Dabei wird die Kamera selbst oder ein Objekt im Blickfeld der Kamera bewegt. Die Arbeit bietet eine Analyse des Ranges der Projektionsmatrix. Abraham und Förstner (2005) stellen ein Modell zur Kalibrierung und Rektifizierung von allgemeinen Fischaugen-Stereosystemen vor. Die hier vorgeschlagene Rektifizierung ist ein Spezialfall der von Pollefeys u. a. (1999) vorgeschlagenen allgemeinen Rektifizierung. Im Allgemeinen sind Fischaugenmodelle, wie auch das perspektivische Abbildungsmodell, Projektionen einer Kugeloberfläche auf eine Ebene. Xiong und Turkowski (1997) verwenden das Äquidistanzmodell, um ein Fischaugen-Stereopanorama zu kalibrieren. Zur Koregistrierung mehrerer Bilder wird der Abbildungsvorgang des einen Bildes invertiert und der resultierende Raumstrahl auf das zweite Bild projiziert.

### Bestimmung der EO

Sind ausschließlich die Parameter der EO von Interesse, so können diese über das klassische Perspective-Three-Point (P3P) Prinzip geschätzt werden. Nistér und Stewénus (2007) stellen eine Generalisierung des P3P für generisch kalibrierte Kameras vor. Die Methode ergibt acht mögliche Positionen als Schnitt eines Kreises mit einer Quadrik, wovon die Hälfte gespiegelte Positionen bereits vorhandener Lösungen darstellen.

### Kalibrieraufbau und -objekt

Allgemein können für den prinzipiellen Kalibrieraufbau auch andere als die klassischen Kalibrierobjekte verwendet werden. Solche sind z.B. aktive Punktfelder, die durch Monitore oder Beamer erzeugt werden. So wird in Dunne u. a. (2007b) ein TFT-Monitor verwendet, der abwechselnd verschiedene Grauwertmuster zeigt. Auf diese Weise lassen sich räumliche Positionen durch eine Folge von Grauwerten kodieren. Einen ähnlichen Ansatz verfolgt Sagawa u. a. (2005). Hier wird eine dichte Zuordnung von verzeichneten und nicht verzeichneten Koordinaten eines Weitwinkelobjektives erzeugt. Durch lineare Interpolation kann das komplette Bild normalisiert werden. Die Dekodierung der Position wird in Salvi u. a. (2004) beschrieben. Außerdem ist hier ein Überblick und Vergleich verschiedener Methoden der Kodierung mit strukturiertem Licht gegeben. Im Bereich der klassischen Kalibrierobjekte koexistieren Schachbrett- oder Linienmuster der Computer Vision mit kreisförmigen Referenzpunkten der Photogrammetrie. In Mallon und Whelan (2007) wird beschrieben, dass die *Corner detection* in Schachbrettmustern

## 1. Einleitung

invariant gegenüber Perspektive und Verzeichnung ist und daher anderen nicht eck-basierten Verfahren vorzuziehen ist. Sebe und Chen (2002) geben einen Algorithmus zur Eckpunktextraktion bei Schachbrettmustern an. Das Finden und Berechnen von Ellipsen in Bildern ist ein gut untersuchtes Gebiet der Computer Vision. Die Detektion von Ellipsen ist notwendig, um die Lage der Referenzstrukturen in Bildern zu bestimmen. So existieren zahllose Methoden zur effizienten Detektion von allgemeinen Kegel-Ebenen-Schnitten. Eine umfassend theoretische Abhandlung des *conic-fittings* ist in Zhang (1995) gegeben. Hier wird der gesamte fünfdimensionale Parameterraum durchsucht. In der Arbeit von Otepka (2004) werden die Mechanismen des Ellipsenfittings, wie es in dem bekannten Photogrammetrieprogramm *Australis* verwendet wird, vorgestellt und ausführlich diskutiert. In McLaughlin (1997) wird eine Variante des robusten Schätzers Hough Transformation (HT) zur Ellipsendetektion genutzt. Bei diesem Ansatz wird nicht jedes Pixel einzeln in den Hough-Raum transformiert, sondern einzelne Kantenpixel zufällig zu Gruppen zusammengefasst und diese dann als Einheit transformiert. Zusätzlich wird das nichtlineare Problem des Ellipsenfits unter Ausnutzung geometrischer Eigenschaften von Ellipsen linearisiert. Inverso (2002) erweitert den Randomized-HT (RHT)-Ansatz um einen Vorverarbeitungsschritt, um Bildrauschen zu reduzieren. In Lee u. a. (2008) wird das RHT-Prinzip als GPU-Implementierung verwendet, um Ellipsen in Echtzeit zu detektieren. Xie und Ji (2002) stellen ebenfalls eine effiziente Methode der Ellipsenerkennung vor. Hier wird der Suchraum auf eine Dimension eingeschränkt, indem geometrische Zusammenhänge zwischen den Parametern genutzt werden. Yao u. a. (2005) verbessern die Effizienz der RHT-Methode, indem sie einen genetischen Algorithmus verwenden, um mehrere Ellipsen robust und schnell zu erkennen. Weiter können unter Nutzung eines entsprechenden Verfahrens und einer Kodierung der Marken, wie in Döring u. a. (2006), Passpunkte automatisch gefunden und referenziert werden. Ganz allgemein können Interest Point (IP)-Operatoren wie Scale-invariant feature transform (SIFT) einen weiteren Weg zur Ellipsendetektion darstellen (Hellwig und Lubert (2010)). Auch in Mikolajczyk und Schmid (2002) wird ein affin-invarianter IP beschrieben. Abschließend wird in Mallon und Whelan (2007) ein umfassender theoretischer und experimenteller Überblick über den Einfluss des Kalibrierobjektes gegeben. Die Experimente zeigen einen signifikanten Genauigkeitsvorteil für die Schachbrettvariante, da die Kreismittelpunktprojektion nicht invariant gegenüber der perspektivischen Abbildung ist.

## Kalibrierung von Stereo- und Multikamerasystemen

Auf dem Feld der Mehrbild- bzw. Stereokamerakalibrierung bietet die Literatur unzählige Verfahren und Methoden, die über die in Abschnitt 2.4 dargestellten Standardmethoden hinausgehen. Pan u. a. (1995a,b); Pan (1997) zeigen eine photogrammetrische Herangehensweise einer geschlossenen Lösung für die Bestimmung der fünf Parameter der Relativen Orientierung (RO) und der zwei Parameter der IO. Sie verwenden hierfür mindestens acht homologe Punkte. Es handelt sich um eine abweichende Formulierung nach Hartley (1992). Sie verwenden die Begriffe *spezielle Koplanaritätsmatrix* und *allgemeine Koplanaritätsmatrix* synonym für die Begriffe der Fundamentalmatrix bzw.

Essentiellen Matrix. Stellvertretend für andere Methoden wird der klassische iterative Lösungsansatz für die RO in Horn (1990b, 1991) vorgestellt. Horn weist insbesondere darauf hin, dass das Spatprodukt keine geeignete Kostenfunktion ist, da hier der Fehler im Bildraum und nicht im Objektraum minimiert wird. Vielmehr motiviert er einen Gewichtungsfaktor  $w$ , der den Fehler der Raumrichtung mit dem resultierenden Fehler im Spatprodukt korreliert. Weiterhin formuliert Horn die klassische Komplanaritätsbedingung in Quaternionenschreibweise um. Horn (1990a) gibt in einer weiteren Arbeit einen Überblick über die Dekomposition der Essentiellen Matrix in Rotation und Translation. Von den zehn möglichen Lösungen liegen nur vier Lösungen vor der Kamera, sind also physikalisch plausibel. Auf dem Gebiet der Photogrammetrie bieten auch Torr und Murray (1997) einen Überblick und Vergleich über robuste Methoden für die Schätzung der Fundamentalmatrix  $\mathbf{F}$ . Es wird gezeigt, dass RANSAC im Allgemeinen robuster als LMedS ist. Generell ist eine Mehrschritt-Technik aus robustem Schätzen der Startwerte und anschließender Optimierung ideal zur Kalibrierung.

Die Kamerakalibrierung über Linien und das Epipolar-Prinzip werden in Hartley (1993) vorgestellt. Wenn die zu kalibrierenden Kameras identisch sind, d.h. es sich um eine bewegte Kamera handelt, kann über die Methode nach Faugeras u. a. (1992) eine Art on-the-Job Kalibrierung, bei der gleichzeitig auch die Szene bestimmt wird, durchgeführt werden. Baumberg (2000) unterscheidet verschiedene Stereokonfigurationen. Die zu bestimmenden homologen Strukturen sind in den vorgestellten Varianten sehr unterschiedlich. Insbesondere gibt es keine Einschränkungen im Suchraum. Es wird eine Methode vorgestellt, die invariant gegenüber Skalierung und Affinität ist. Allerdings funktioniert diese Methode nur bei perspektivischen Kameras. Wexler u. a. (2003) stellen eine implizite Methode vor, wie aus Bildpaaren die Epipolarcurven bestimmt werden können. Die Idee hierbei ist, dass korrekte Korrespondenzen sich auf der gesuchten Kurve aggregieren, während falsche Korrespondenzen sich im Bildraum als Fehler verteilen. Hat man genügend Bildpaare, dann kann man auf die Epipolarlinien schließen. Diese Arbeit ist analog zu der Arbeit von Triggs (2001), der allerdings einen quasi parametrischen (statistischen) Ansatz verfolgt. Auf diese Weise kann die Epipolargeometrie von zentralen und nicht zentralen Kameras bestimmt werden. Ferner korreliert diese Methode mit der Arbeit von Svoboda u. a. (2005), bei der mit einem Laserpointer homologe Punkte erzeugt werden. Dabei werden alle Punkte der einzelnen Kamerabilder in einer großen Matrix aggregiert, die anschließend faktorisiert wird. So lassen sich die einzelnen Projektionsmatrizen ableiten. Aufgrund der Komplexität ist dieses Verfahren ungeeignet für große Außenanwendungen, da es schwierig bzw. aufwendig ist, ein dichtes Netz an Referenzpunkten zu erzeugen. Die Methode hat den weiteren Nachteil, dass sehr viele Bildpaare verwendet werden müssen.

Das Prinzip der Fundamentalmatrix lässt sich auf katadioptrische und andere nicht perspektivische Kamerasysteme übertragen. Claus und Fitzgibbon (2005b) generalisieren die klassische Epipolargeometrie über ein Rationalmodell. Durch Transformation (*coordinate lifting*) der Bildkoordinaten in einen 6D-Raum entsteht eine 6x6-Fundamentalmatrix  $\mathbf{G}$ , die sich linear lösen lässt. Auch hier wird wieder die Notwendigkeit der Konditionierung erwähnt. Analog zum Acht-Punkt-Algorithmus kann eine solche Matrix

## 1. Einleitung

$\mathbf{G}$  mit 36 Punktkorrespondenzen gelöst werden. Aus  $\mathbf{G}$  lässt sich auch die Kameramatrix bestimmen und so die Bilder rektifizieren. Allerdings nur in horizontaler Richtung. Außerdem wird das Rationalmodell mit anderen gebräuchlichen Modellen verglichen. Eine Erweiterung dazu wird in Claus und Fitzgibbon (2005a) gegeben. Das Rationalmodell wird hier explizit im Kontext eines Stereosystems angewendet. Eine katadioptrische Fundamentalmatrix, die über 15 Punktpaare geschätzt wird, wird in Geyer und Daniilidis (2001b) vorgestellt. Hier werden Bildpunkte in einen *circle space* transformiert. Damit lässt sich eine 4x4-Fundamentalmatrix für unkalibrierte parabolische Kamerasysteme angeben und bestimmen. Es handelt sich hierbei um eine Kalibrierung unter Verwendung des AC. Die Kalibrierung kann mit zwei konstanten Kameras oder drei variablen Kameras durchgeführt werden. Auch in Svoboda u. a. (1998) und Svoboda und Pajdla (2002) werden die Modelle für zentrale katadioptrische Kameras hergeleitet und die Epipolarometrie für solche Kameras dargestellt. Dabei entstehen Kegelschnitte als Epipolarkurven. In Geyer und Daniilidis (2002) werden die Eigenschaften der katadioptrischen Fundamentalmatrix untersucht. Außerdem wird der Zusammenhang mit der AC gezeigt. Ein generalisierter Polynomialansatz zur Beschreibung der Epipolarometrie generischer Kameras wird in Lei u. a. (2009) angegeben. Kang (2000a) verwenden die Methode des Bündelblockausgleiches, um parakatadioptrische Stereokamerasysteme zu kalibrieren. Dabei werden Abstände zwischen Punkten und Epipolarkurven minimiert. Bei dieser Methode ist keine Kenntnis über Kalibrierobjekte, Kamerabewegungen oder den Szenenaufbau notwendig. Allerdings muss das Optimierungssystem geeignet initialisiert werden. In Smith u. a. (1999) wird das Quadrikenmodell in eine perspektivische Darstellung überführt, um darauf klassisches Stereomatching durchzuführen. Wohingegen in der Arbeit von Johnson u. a. (1998) direkt unter Zuhilfenahme der idealen Perspektive in den omnidirektionalen Bildern Stereomatching durchgeführt wird.

In Oliensis (2002) wird gezeigt, dass der Bündelblockausgleich über alle Parameter, der Optimierungsalgorithmus der höchsten Genauigkeit für Stereokamerasysteme ist. Das Optimierungskriterium ist die Summe der Quadrate der Rückprojektionsfehler in den einzelnen Bildern. Allerdings ist der Ansatz komplex und undurchsichtig ob des gefundenen Optimums. Eine häufige Approximation ist der *weighted-coplanarity* (WC-)Fehler, der in Hartley und Zisserman (2004) auch als *Sampson Error* bezeichnet wird. Die Minimierung dieses Fehlers arbeitet deutlich schneller als der klassische Bündelblockausgleich mit Rückprojektionsfehler, hat allerdings den Nachteil, dass er gelegentlich ungenau ist. Die Epipolarometrie und Kalibrierung einer parakatadioptrischen Kamera wird in Kang (2000a) gezeigt. Fiala und Basu (2002, 2005) schlagen eine *Panoramic Hough Transform* vor, um Linien in SVC und nicht-SVC Bildern zu finden. Das ermöglicht die Stereoskopie auf solchen Kamerasystemen. In Labe und Förstner (2006) werden SIFT-Features verwendet, um homologe Punkte in den Bildpaaren zu erzeugen. In Verbindung mit RANSAC und dem Fünf-Punkt-Algorithmus ist dieser Ansatz geeignet, um relative Orientierungen automatisch zu erzeugen. Svoboda und Pajdla (2002) geben eine geschlossene Lösung für die Epipolarometrie von Zentralkatadioptrischen Systemen (ZKS) an.

Für echte Multikamerasysteme, bestehend aus mindestens drei Kameras, kann die



Geometrie über paarweise Fundamentalmatrizen beschrieben werden (Faugeras und Robert (1996)). Dabei gilt für die Fundamentalmatrix  $\mathbf{F}_{ij}$  zwischen Bild  $i$  und  $j$ :

$$F_{ij} = F_{ji}^T$$

Diese Matrizen sind nicht unabhängig voneinander. Korrespondierende Punkte in drei Bildern sind über vier unabhängige trilineare Gleichungen verknüpft (*siehe* z.B. Stein (1997)). Die 27 Parameter dieser Gleichungen können mittels mindestens sieben Punkten bestimmt werden. Ein oft zur Kalibrierung verwendeter sich bewegendes Punkt reicht nicht aus, um die IO eines Multikamerasystems zu bestimmen (Maas (1999)). Hierfür ist eine Skale bekannter Länge ungefähr 20 bis 25 Mal in verschiedenen Positionen und Lagen in dem Kamerasystem zu verwenden. Die Kalibrierung eines Trifokalensors mit sechs Punkten nach dem Algorithmus von *Quan* ist in Torr und Zisserman (1997) in Anhang A beschrieben. Die Kalibrierung für Trifokalgeometrie mit perspektivischen Kameras und Verzeichnungsmodell wird in Stein (1997) vorgestellt. Die klassische Methode zur Kalibrierung eines Mehrkamerasystems ist der Bündelblockausgleich, wie in Weng u. a. (1992) und Triggs u. a. (2000) verwenden. Auch in Geiger (2006) werden klassische Methoden zur Kalibrierung eines Multikamerasystems, bestehend aus perspektivischen Kameras, verwendet. Die Arbeit bietet eine anschauliche Herleitung des Zusammenhanges zwischen Homographie und AC. Cui und Ngan (2010) verwenden kalibrierte Kameras für ein Multikamerasystem. Damit muss nur noch die EO der einzelnen Kameras bestimmt werden, bzw. die RO und die anschließende Registrierung im Weltkoordinatensystem mittels Absoluter Orientierung (AO). Der hier vorgestellte Ansatz arbeitet paarweise sowie mit zweidimensionalen Kalibrierobjekten. Er lässt die Gesamtgeometrie des Multikamerasystems somit außen vor. Auch Sebe und Chen (2002) verwenden die paarweise Kalibrierung der RO zur Kalibrierung eines Multikamerasystems. In Heyden und Aström (1996) werden bifokale und trifokale Bedingungen genutzt, um eine euklidische Rekonstruktion mit unkalibrierten Kameras zu erzeugen. Dieser Ansatz ähnelt der Methode nach Faugeras u. a. (1992); Hartley (1994) und Pollefeys u. a. (1996), bei der die Kruppa Gleichungen genutzt werden. In Moons (1998) wird ein Überblick über das *n-focal constraint* und damit der ganzheitlichen Betrachtung eines Multikamerasystems gegeben.

Ihrke u. a. (2004) kalibrieren die EO eines ortsfesten Multikamerasystems über Punkt-korrespondenzen sich in der Szene bewegendes Objekte (z.B. Autos) oder anderer leicht zu identifizierender Objekte. Es entsteht ein virtuelles Kalibrierobjekt. Die IO der Kameras müssen allerdings kalibriert sein. In Barreto und Daniilidis (2004a) wird unter Verwendung der radialen Verzeichnung und ohne die Verwendung einer nichtlinearen Optimierung ein Multikamerasystem kalibriert. Chen u. a. (2003) kalibrieren ein heterogenes Kameranetzwerk, indem zunächst Punkte in einer Kamera bestimmt werden, die auch in den anderen Kameras zu sehen sind. Diese Punkte werden dann verwendet, um die anderen Kameras zu kalibrieren.

Für die Herleitung dreidimensionaler Informationen aus kalibrierten Multi- bzw. Stereokamerasystemen gibt es in der Literatur zahlreiche Verfahren. In Yamaguchi (2011)

## 1. Einleitung

wird ein Fischeugen-Stereosystem vorgestellt, bei dem 3D-Daten durch Segmentierung und Clustering im Bildraum hergeleitet werden. Yakimovsky und Cunningham (1978) schlagen ein Modell zur Rekonstruktion von 3D-Informationen vor. Hier wird allerdings von einer linearen Abbildung ausgegangen. Das Stereosystem kann als *ein* Sensorsystem mit nicht-SVC-Eigenschaften aufgefasst werden. Die resultierenden Parallaxen lassen auf die räumliche Tiefe schließen. Die Ableitung von 3D-Informationen wird in Grammalidis u. a. (1999) über die Methode der dynamischen Programmierung durchgeführt, um eine flächenhafte Tiefeninformation aus Epipolarbildern abzuleiten. Die Kostenfunktion setzt sich aus geometrischen Bedingungen und den Helligkeitswerten entlang der Epipolarlinien zusammen. Im allgemeinen Wide-Baseline-Stereofall mit verschiedenen perspektivischen Kameras kann die Transformation zwischen den Kamerastationen nicht mehr euklidisch durch Translation und Rotation beschrieben werden. Vielmehr muss eine affine Transformation genutzt werden. Dazu verwenden Matas u. a. (2002) *extremal regions* als Features, da sie invariant gegenüber einer Affintransformation und eingeschränkt auch Beleuchtung sind. In der Arbeit werden mehrere Features vorgestellt, inklusive SIFT, die geeignet für Wide-Baseline-Stereo sind. Strecha u. a. (2003) stellen einen Ansatz des dichten Matching von Wide-Baseline-Stereosystemen mit dem Ziel der 3D-Rekonstruktion vor. In Cipolla und Boyer (1998) werden parallele und orthogonale Segmente im Bild genutzt, um über Fluchtpunkte die perspektivischen Kameras zu kalibrieren. Klassische Korrespondenzen stellen die Epipolargeometrie her.

### 1.3. Beitrag dieser Arbeit

Aus der in Abschnitt 1.1 motivierten Problemstellung einer einheitlichen Methodik von Modellierung, Kalibrierung und der Vielzahl an Methoden und Modellen aus dem dargestellten Stand der Technik aus Abschnitt 1.2 ergeben sich folgende wissenschaftlichen Fragestellungen, die die fünf Forderungen nach Tsai (1987) aufgreifen:

- Nach welcher Systematik lassen sich Modellierung und Kalibrierung typischer Kamerasysteme einordnen?
- Wie sieht ein einheitliches Abbildungsmodell für die am häufigsten verwendeten Kameras im Nahbereich aus?
- Ist ein solches Modell hinreichend, d.h. ähnlich genau wie ein spezifisches Kameramodell?
- Wie sieht ein einheitliches Kalibrierobjekt ohne kameraspezifische Anforderungen aus?
- Wie sieht eine einheitliche Kalibrierprozedur aus?
- Wie werden Startwerte über eine einheitliche Methodik für die verschiedenartigen Kameratypen bestimmt?

- Wie lassen sich Genauigkeiten der Kalibrierungen verschiedenartiger Kamerasysteme vergleichen?
- Wie können verschiedenartige Kamerasysteme über eine einheitliche Modellierung und Kalibrierung zu einem Stereosystem kombiniert werden?
- Wie werden letztlich 3D-Informationen eines solchen Systems abgeleitet und wie genau sind diese?

Der Beitrag dieser Arbeit besteht in der Beantwortung dieser Fragestellungen. Dafür wird zunächst eine umfangreiche Literaturstudie zur Modellierung und Kalibrierung von Mono- und Stereokamerasystemen mit dem Ziel durchgeführt, Ansatzpunkte für einheitliche Methoden zu identifizieren. Für das Ziel einer einheitlichen Modellierung von Kamerasystemen wird ein generisches Abbildungsmodell definiert, welches allgemein die Projektion der Objektstrahlen auf die Bildfläche über einen  $r$ - $\theta$ -Zusammenhang beschreibt. Existierende spezifische Abbildungsmodelle werden, wenn nötig, in diese Form überführt. Weiter wird für die zwei wesentlichen Kameraklassen, die Dioptriken und Katadioptriken, jeweils ein spezifisches Klassenmodell der optischen Abbildung aus der Literatur identifiziert. Es werden generische Modelle vorgeschlagen, die den durch diese beiden Klassenmodelle aufgespannten Parameterraum modellieren. Die theoretische Leistungsfähigkeit der vorgeschlagenen generischen Modelle wird anhand der Klassenmodelle und synthetischer Kamerasysteme evaluiert und abgeschätzt. Für die eigentliche Kalibrierung wird die klassische Methode aus der Photogrammetrie, der Bündelblockausgleich photogrammetrischer Beobachtungen, auf seine universelle Anwendbarkeit hin untersucht. Besonderes Augenmerk gilt der Form der Referenzpunkte. Als Kern der einheitlichen Kalibrierung wird eine generische Startwertermittlung entwickelt. Weiter wird eine generische, als Modifikation der klassischen, Epipolargeometrie vorgeschlagen, um heterogene und homogene Stereosysteme aus den vorgestellten Kamerasystemen zu modellieren und zu kalibrieren. Ein heterogenes Kamerasystem besteht aus zwei verschiedenartigen Kamerasystemen. Für ein solches Kamerasystem wird das 3D-Modell des Kalibrierobjekts abgeleitet und mit diesem hinsichtlich der Genauigkeit verglichen. Diese einheitlichen Methoden der Modellierung und Kalibrierung wurden für Mono- und Stereosysteme ausführlich anhand realer Kameras getestet und bewertet, insbesondere mit Hinblick auf die Universalität der verwendeten Methoden und der erzielten Genauigkeiten. Da die typische Ausdehnung einer Dimension der hier untersuchten Sensoren von Industriekameras rund 1000 Pixeln beträgt, leitet sich aus Tsais zweiter Forderung eine Genauigkeit von rund einem Pixel ab. Daher wird in dieser Arbeit bei einem Kalibrierfehler kleiner einem Pixel im Bildraum von einer hinreichend genauen Kalibrierung gesprochen.

## 1.4. Überblick der Arbeit

Im weiteren Verlauf der Arbeit werden im Abschnitt 2 Grundlagen der Arbeit vorgestellt. Dazu zählen Methoden der Kalibrierung und Parameteroptimierung, die Epipolargeometrie und statistische Kriterien. Im anschließenden Kapitel 3 werden Kamerasysteme

## *1. Einleitung*

klassifiziert und ihre Modellierung beschrieben. Anschließend werden generische Abbildungsmodelle vorgestellt und hinsichtlich ihrer Leistungsfähigkeit bewertet. Im folgenden Kapitel 4 wird ein einheitlicher Kalibrieraufbau und eine einheitliche Kalibriermethodik für Mono- und Stereosysteme vorgestellt. Besondere Relevanz hat hier die einheitliche Startwertbestimmung. Schließlich werden in Kapitel 5 die vorgestellten Methoden und Modelle ganzheitlich an realen Kamerasystemen getestet und evaluiert. Eine Bewertung der generischen Methodik wird diskutiert. Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick in Kapitel 6. Der Arbeit liegen mehrere Anhänge und ein Index bei.

## 2. Grundlagen

Im folgenden Kapitel sollen Grundlagen der Arbeit vorgestellt werden. Hierfür wird zunächst in Abschnitt 2.1 der Begriff der Kamerakalibrierung, die Anforderungen an diese und der grundlegende Kalibrieraufbau definiert. Da es sich bei dem Abbildungsvorgang im Wesentlichen um eine mathematische Transformation handelt, werden in Abschnitt 2.2 die einzelnen Koordinatensysteme vorgestellt und die Begriffe der Inneren Orientierung (IO) und Äußeren Orientierung (EO) eingeführt. Im Abschnitt 2.3 werden grundlegende Methoden und Techniken der Kalibrierung einer Kamera und im Abschnitt 2.4 für zwei Kameras vorgestellt. Diese Techniken bilden die Basis der in dieser Arbeit entwickelten Methodiken der Kalibrierung von Mono- und Stereokamerasystemen. Schließlich wird in Abschnitt 2.5 eine Methodik zur objektiven Bewertung und Vergleichbarkeit unterschiedlich komplexer Modelle vorgestellt.

### 2.1. Kalibrierung

Die Kalibrierung von einer oder mehreren in einem System zusammengefassten Kameras ist notwendig, um Größen aus dem Objektraum im Bildraum messen zu können. In der Messtechnik ist die Kalibrierung ein Prozess zur Bestimmung der Abweichung eines Messgerätes, in diesem Fall einer Kamera, von einem Normal. Typischerweise ist dieses Normal im Falle einer Kamera ein idealisiertes Abbildungsmodell. Die DIN 1319 definiert eine Kalibrierung als Bestimmung des Zusammenhangs zwischen Messwert der Kamera und Erwartungswert des Modells. Ferner gehören folgende Prozesse zu einer Kalibrierung:

- Definition der Kalibrierbedingungen: Umfeldbedingungen, allgemeines Vorgehen, verwendete Referenzgrößen
- Definition des mathematischen Modells unter Berücksichtigung aller bekannten systematischen Einflüsse
- Fehleranalyse unter Verwendung des zuvor definierten Modells (Unsicherheitsanalyse)
- Angabe der Kalibrierergebnisse
- Anfertigung eines vollständigen Protokolls

In der DIN 18740-4 für photogrammetrische Produkte ist weiter festgeschrieben, dass die Kalibrierung geometrisch und radiometrisch erfolgen muss. Es ist abschließend ein Kalibrierzertifikat anzufertigen. Da eine Kalibrierung nur eine Momentaufnahme ist und

## 2. Grundlagen

mit der Zeit durch äußere Einflüsse ihre Gültigkeit verlieren kann, sollte in regelmäßigen Abständen eine Validierung der radiometrischen und Inneren Kalibrierung erfolgen. Eine solche Validierung kann ggf. auch gestuft erfolgen. Man beginnt mit einem kurzen Intervall, das entsprechend um eine bestimmte Zeit verlängert wird, wenn keine signifikanten Änderungen der Kalibrierung ermittelt werden können. Die Validierung ist eine wiederholte Prüfung, bei der die Genauigkeitsdifferenz zur Initialkalibrierung nicht signifikant sein darf. Ist die Differenz signifikant, wird die aktuelle Kalibrierung als ungültig betrachtet und ist ggf. zu wiederholen. Ferner erfolgt die Kalibrierung von Messkameras nach DIN 18716-1 „vorzugsweise unter definierten Bedingungen im Labor“. So entstehen Messbilder, die durch eine bestimmbare Innere Orientierung (IO) gekennzeichnet sind und reproduzierbare Messungen erlauben. Eine Laborkalibrierung ist in der Regel nur bei der Bestimmung der IO und in einigen Fällen bei der Relativen Orientierung (RO) möglich. Die Bestimmung der Äußeren Orientierung (EO) erfolgt i.d.R. im Feld, da die EO keine konstante Größe und von dem Aufnahmeort bzw. Referenzkoordinatensystem abhängig ist.

Generell entspricht der Bündelblockausgleich über alle Parameter der IO und EO, bei dem unter Verwendung von Passpunktkorrespondenzen Modellparameter über einen ganzen Bildblock mathematisch ausgeglichen werden, dem allgemeinen Stand der Technik in der Literatur (z.B: Luhmann u. a. (2007); Kraus (2004, 1996)). In der Regel wird hierbei auf das perspektivische Abbildungsmodell als Standardmodell zurückgegriffen, welches häufig durch ein Verzeichnungsmodell ergänzt wird. Ferner werden zur Kalibrierung photogrammetrisch eingemessene Referenzmarken oder ein wohldefiniertes Schachbrettmuster bestehend aus orthogonalen geraden Kanten verwendet. Die Messung und Zuordnung solcher Marken im Bild erfolgt semi- oder vollautomatisch. Die Vollautomatik erfordert speziell kodierte Marken, wie sie in Abbildung 2.1 dargestellt sind. Ist das Modell der Abbildung der Welt in das Kamerasystem und sind die entsprechenden Modellparameter bekannt, so kann mit dem Kamerasystem im Objektraum gemessen werden. Die Bestimmung dieser Parameter nennt man Kalibrierung des Modells oder kurz Kalibrierung. In der Literatur wird zwischen impliziter und expliziter Kalibrierung unterschieden. Bei der impliziten Kalibrierung, die häufig in der Computer Vision Verwendung findet, wird das Abbildungsmodell mit seinen Parametern fixiert, um mit einer entsprechend kalibrierten Kamera messen zu können. Das Modell und die Modellparameter müssen hierbei keine explizite physikalische Bedeutung haben. Vielmehr steht die möglichst genaue Reproduktion der dreidimensionalen Umgebung im Vordergrund. Bei der expliziten Kalibrierung sind die tatsächlichen Parameter von Interesse, die häufig auch eine explizite physikalische Bedeutung haben. So ist zum Beispiel der Hauptpunkt als Schnittpunkt von optischer Achse und Projektionsebene definiert und Teil der IO einer Kamera. Ein Beispiel ist in Abschnitt 3.5 gegeben.

Für die praktische Umsetzung einer Kamerakalibrierung gibt es zahlreiche Computerprogramme. Aus dem wissenschaftlichen Umfeld seien die beiden Toolboxes

- <http://www.robots.ox.ac.uk/~cmei/Toolbox.html>
- [http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib\\_doc/](http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/)

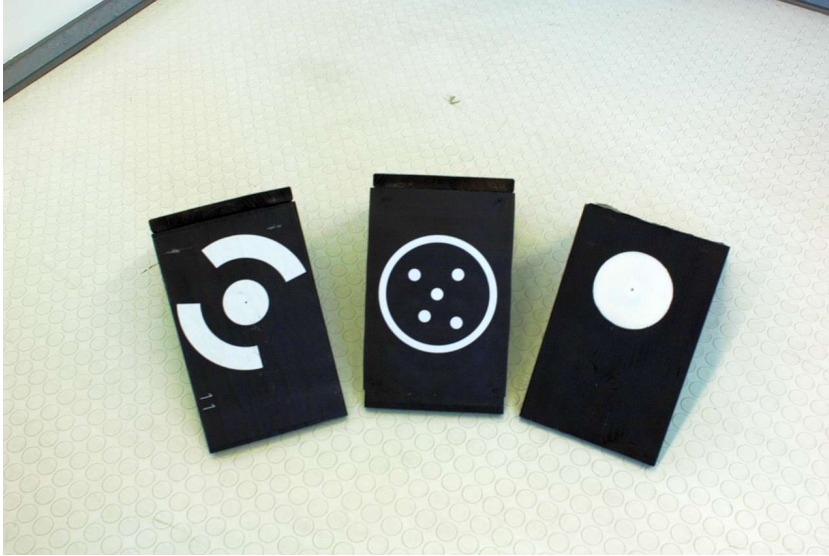


Abbildung 2.1.: Verschiedene übliche kodierte Marken im Vergleich zu einer unkodierten photogrammetrischen Messmarke ganz rechts

exemplarisch genannt. Ferner existiert eine große Vielzahl an kommerziellen Kalibrierlösungen. Aufgrund der großen Verbreitung sei *Australis* als Beispiel einer Entwicklung aus dem universitären Bereich genannt. Es bietet den hier dargestellten Stand der Technik und hat entsprechende Methoden implementiert, ist jedoch mit seinen Möglichkeiten auf perspektivische bzw. fast-perspektivische Kamerasysteme beschränkt (Fraser und Edmundson (2000)).

## 2.2. Koordinatensysteme

Abbildung 2.2 zeigt die Zusammenhänge zwischen den Koordinatensystemen und ihren Transformationen beim Abbildungsvorgang im Überblick. Hier wird der Punkt  $\mathbf{P}$  im Objektkoordinatensystem  $XYZ$  perspektivisch auf den Punkt  $\mathbf{p}$  der Bildebene im Bildkoordinatensystem  $x'y'$  projiziert. Dabei stellen die rot gefärbten Elemente die Komponenten der Äußeren Orientierung (EO) dar. Die EO beschreibt die Transformation zwischen dem Objekt- und Kamerakoordinatensystem. Die Parameter dieser Transformation sind zum einen die Translation  $\mathbf{X}_0$ , die die Verschiebung des Kamerakoordinatensystems im Objektkoordinatensystem beschreibt. Zum anderen geben die drei Rotationswinkel  $\omega$ ,  $\varphi$  und  $\kappa$  die Orientierung des Kamerakoordinatensystems an. In grün ist der wesentliche Parameter der Inneren Orientierung (IO), der Hauptpunkt  $\mathbf{x}_0$ , dargestellt. Die IO beschreibt die Transformation zwischen dem Kamera- und Bildpunktkoordinatensystem. Dabei ist der Hauptpunkt der Durchstoßpunkt der optischen Achse mit der Bildebene und ferner der Symmetriepunkt der Abbildung. Im Allgemeinen stellt  $-z$  den Normalenvektor der Bildebene dar. In blau sind schließlich die Elemente des Abbildungsmodells dargestellt. Der Winkel bzw. die Inklination  $\theta$  und die Kamerakonstante, als Abstand zwischen Pro-

## 2. Grundlagen

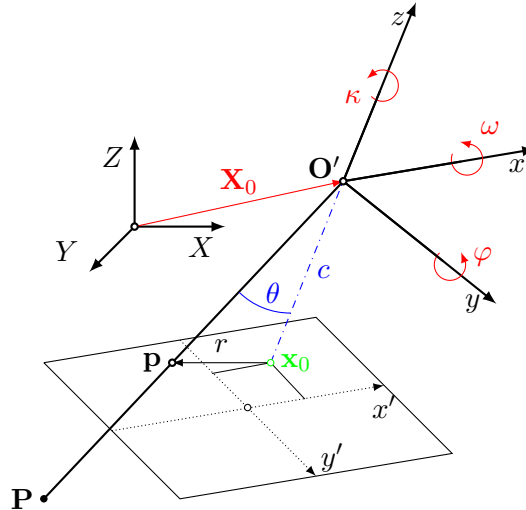


Abbildung 2.2.: Überblick über die beteiligten Koordinatensysteme und Transformationen

Projektionszentrum  $O'$  und Bildebene,  $c$  bestimmen den Radius  $r$  der Projektion  $\mathbf{p}$  vom Hauptpunkt.

## 2.3. Kalibriertechniken für Monokamerasysteme

### 2.3.1. Conrady-Brown Verzeichnungsmodell und Plumblin-Methode

Brown (1965) präsentiert 1965/66 als Zusammenfassung seiner früheren Arbeiten (z.B. Brown (1964)) ein Verzeichnungsmodell, das zusätzlich zur radialen auch die tangentielle Verzeichnung modellieren kann und löst damit das bis dahin gängige *thin prism model* ab. In seiner Arbeit zeigt er die Äquivalenz des bis dahin etablierten *thin prism*-Modells für die tangentielle Verzeichnung mit dem Modell von Conrady (1919). Brown formuliert Conradys Ansatz in die heute verwendete Form um. Diese Arbeit bereite der Verwendung nicht metrischer Kameras den Weg, da von nun an auch mit solchen Kameras hohe Genauigkeiten erreicht werden konnten, wenn sie zusätzlich mit dem Verzeichnungsmodell kalibriert wurden. Das Verzeichnungsmodell wird detailliert im Abschnitt 3.5 vorgestellt. 1971 bringt Brown eine weitere entscheidende Entwicklung in die Welt der Photogrammetrie. Er präsentiert eine Alternative zu der bis dahin gebräuchlichen Goniometer/Kollimator- und Stellarkalibrierung - die Plumblin-Methode. Die Abbilder gerader Raumlinien müssen unter perspektivischen Bedingungen Geraden im Bild ergeben. Alle Abweichungen müssen durch die Verzeichnung hervorgerufen werden. Unter dieser Annahme präsentiert er ein mathematisches Modell, um die Parameter der Verzeichnung zu bestimmen. Ein Nachteil dieser Methode ist, dass der Hauptpunkt unter perspektivischer Projektion nicht ohne weiteres sicher bestimmbar ist. Das von Brown (1971) eingeführte Verfahren zur Bestimmung der Verzeichnungsfunktion in Form der



Plumbline-Methode ist eine Abgrenzung zu früheren eher qualitativen Ansätzen. Der Vorteil dieser Methode ist, dass die Parameter der Inneren Orientierung (IO) unabhängig von den Parametern der Äußeren Orientierung (EO) bestimmt werden können. Punkte im Bild, die zu einer Geraden im Raum gehören, werden an eine Gerade gefittet. Die Abstände der einzelnen Punkte zu dieser Geraden geben den Fehler, also das Maß an, inwieweit die Verzeichnung die Gerade gekrümmt hat. Die Parameter der Verzeichnungsfunktion werden solange optimiert, bis die Fehler der Geradenanpassung entsprechend klein sind. Im Gegensatz zu Brown (1971) ist es heute üblich, die Gerade als Richtungsvektor und Punkt zu definierenden (de Villiers u. a. (2008)). Ferner greift Brown in seinen Arbeiten die Arbeit von Magill (1955) auf, der ein lineares Modell für die brennweitenabhängige radiale Verzeichnung entwickelt hat. Brown generalisiert Magills Ansatz, sodass sich für sämtliche Brennweiten eines Objektivs der passende Satz Verzeichnungsparameter herleiten lässt, solange zwei Brennweiten-Verzeichnungsparameter-Zusammenhänge bekannt sind. Fryer (1986) zeigt, dass die tangentielle Verzeichnung ebenso von der Kamerakonstanten abhängt. Nachteilig bei dieser Online-Kalibrierung ist, dass gerade Linien nicht immer in natürlichen Szenen vorhanden sind, in menschlich beeinflussten oder künstlichen Szenen allerdings schon. Im Gegensatz zu der Bestimmung von Interest Points (IP) ist akkurate Geradenerkennung im Bildraum nicht immer trivial. Die Qualität der ermittelten Parameter über die Plumbline-Methode hängt von der Orientierung der verwendeten Linien, ihrer Verteilung und der Kamerakonstanten ab (van den Heuvel (1999)). Sehr viele Autoren nutzen diese Kalibrieremethode, wie zum Beispiel Ahmed und Farag (2005). Wenn radiale und tangentielle Verzeichnung und der Hauptpunkt gleichzeitig über Begradigung der Linien optimiert werden sollen, kommt es zu Instabilitäten (Brown (1971); Swaminathan und Nayar (2000)). Durch das Hinzufügen von zwei tangentialen Verzeichnungsparametern kann der Hauptpunkt allerdings fixiert werden (El-Melegy und Farag (2003)). Die Autoren verwenden ein neues Kriterium - Summe der Tangentengradienten - um den Grad der Annäherung an eine Linie zu bestimmen. Die Pixel einer potentiellen Geraden bilden genau dann eine Gerade aus, wenn alle Nachbarpixel dieses Liniensegments den gleichen Anstieg haben. Die Plumbline-Methode findet in der Regel im geometrischen Raum Anwendung (Brown (1971); Devernay und Faugeras (2001); Ahmed und Farag (2005)), kann aber auch im Frequenzraum angewendet werden (Farid und Popescu (2001)). Eine Erweiterung der Plumbline-Methode stellt das Kegelschnitt-Fitting dar, das zum Beispiel in Strand und Hayman (2005) beschrieben wird. Ein Ansatz zur Automatisierung der Plumbline-Methode ist in Kang (2000b) gegeben.

#### 2.3.2. Direkte Lineare Transformation (DLT)

Die Methode der DLT wurde von Abdel-Aziz und Karara (1971); Abdel-Aziz (1974) mit der Absicht entwickelt, die mathematische Modellierung von Filmdeformationen und Linsenverzeichnung bei nicht metrischen Kameras darzustellen. Die vermeintliche Linearität geht unter Einbeziehung von Bildpunktfehlern allerdings verloren, wie spätere Untersuchungen des Autors ergeben haben. Trotzdem wurde der Name beibehalten, und die Methode ist bei entsprechenden Kamerasystemen für die Generierung von Start-

## 2. Grundlagen

werten sehr gut geeignet. Ferner stellt das DLT-Verfahren eine Brücke zwischen der Photogrammetrie und der Computer Vision dar. Die direkte lineare Beziehung, unter Vernachlässigung der in realen Bildern vorhandenen Fehler, lautet wie folgt:

$$\begin{aligned}x' &= \frac{a_1X + a_2Y + a_3Z + a_4}{c_1X + c_2Y + c_3Z + 1} = \frac{\mathbf{a}^T X + a_4}{\mathbf{c}^T X + 1} \\y' &= \frac{b_1X + b_2Y + b_3Z + b_4}{c_1X + c_2Y + c_3Z + 1} = \frac{\mathbf{b}^T X + b_4}{\mathbf{c}^T X + 1}\end{aligned}\tag{2.1}$$

Die Gleichungen (2.1) entsprechen den klassischen Kollinearitätsgleichungen, welche um zwei Parameter einer Affintransformation erweitert wurden. Auf diese Weise lassen sich die Parameter einer perspektivischen Projektion direkt bestimmen. Auf das Verfahren der DLT wird im Anhang D detailliert eingegangen. In Zeroual und Liazid (2003) wird die DLT zusammen mit der Komplanaritätsbedingung verwendet, um Objektpunktkoordinaten zu rekonstruieren. Seedahmed und Habib (2002) schlagen eine 2D-DLT vor, die bei bekannter IO und der Annahme der Gültigkeit der Kollinearitätsgleichungen, die Parameter der EO bestimmbar macht. Feng u. a. (2004) zeigen die geometrische Bedeutung der Koeffizienten der Matrix der 2D-DLT auf.

### 2.3.3. Fluchtpunktmethode

Die Fluchtpunktmethode verwendet Eigenschaften von Fluchtpunkten im Bildraum, die von parallelen Geraden im Objektraum erzeugt wurden. Die Methode wird im Detail im Anhang E beschrieben. Sie stellt eine der klassischen Kalibrierverfahren dar und wird von vielen Autoren aktiv genutzt. Collins und Beveridge (1994) verwenden Fluchtpunkte, um das Bild einer Kamera zu rektifizieren und damit eine Modell-Bild-Registrierung von einer projektiven Abbildung auf eine affine Abbildung zu reduzieren. In Wang und Tsai (1991) wird ein planares Hexagon verwendet, um drei Fluchtpunkte im Kamerabild zu erzeugen. Diese können dann verwendet werden, um Rotation, Translation und Kamerakonstante bei perspektivischen Kameras zu bestimmen. Almansa u. a. (2003) verbessern die Bestimmung des Fluchtpunktes, indem sie den Raum in polare Raster aufteilen und die Region als wahrscheinlichen Schnittpunkt wählen, die eine maximale Minimum Description Length (MDL)-Wahrscheinlichkeit aufweist. Auf diese Weise lassen sich falsche Fluchtpunkte filtern, die durch Linien entstanden sind, die keine echten Fluchtpunktlinien sind. Cipolla und Boyer (1998) verwenden Orthogonalität und Parallelität von Raumlinien um Kamerakonstante, Hauptpunkt, und Rotation und Translation zwischen den einzelnen Perspektiven zu berechnen. Auf diese Weise wird eine Szenenrekonstruktion auf einfache Weise mit unkalibrierten Kameras möglich. Bas und Crisman (1997) nutzen Fluchtpunkte, die aus Straßenmarkierungen gewonnen werden, um den Winkel zwischen Straße und Hauptachse und die Kamerakonstante einer Kamera zu schätzen. Alle anderen Parameter werden als bekannt vorausgesetzt. In Grammatikopoulos u. a. (2007) werden die drei Hauptrichtungen der Fluchtpunkte eines Bildes bestimmt. Liegen diese drei Punkte orthogonal zueinander, kann die perspektivische Kamera darüber kalibriert werden. Gleichzeitig werden die Parameter der Verzeichnung über *Straight-Line-*

*Fitting* geschätzt. Das Verfahren wurde als abwechselnd iterativer Prozess implementiert. Es gibt zahlreiche weitere Autoren, die sich mit der Kalibrierung perspektivischer Kameras über die Fluchtpunktmethode beschäftigen, z.B. Caprile und Torre (1990) und Hughes u. a. (2008). Die Verwendung der Fluchtpunktmethode für nicht perspektivische Kameras wird in Hughes u. a. (2010) und Swaminathan und Nayar (2000) vorgestellt. In Geyer und Daniilidis (1999) wird eine katadioptrische Kamera bestehend aus einem parabolischen Spiegel und einer orthographischen Kamera kalibriert. Es wird die Eigenschaft genutzt, dass parallele Objektlinien auf kollineare Kreise bei quadratischen Pixeln und auf Ellipsen bei rechteckigen Pixeln abgebildet werden.

### 2.3.4. Photogrammetrische Testfeld-Kalibrierung

Die klassische photogrammetrische Testfeld-Kalibrierung beruht auf der Beobachtung eines genau definierten Kalibrierkörpers und ist somit eine indirekte Kalibrieremethode. Die Bestimmung der Parameter geschieht über die Methode des Bündelblockausgleiches. Ein umfassender Überblick über diese grundlegende Methode der Photogrammetrie wird in Triggs u. a. (2000) gegeben. Ein prinzipieller Nachteil gegenüber der *Plumbline*-Methode ist die Korrelation zwischen Parametern der IO und EO. Allerdings ist die Methode der photogrammetrischen Kalibrierung allgemein auch genauer als die *Plumbline*-Methode. Dieser Vorteil hebt sich aber mit zunehmender Auflösung auf (Shortis u. a. (1995)). Generell kann durch sorgfältigen Kalibrierenaufbau die Parameterkorrelation weitestgehend minimiert werden. Zu beachten ist, dass die Gültigkeit der geschätzten Parameter in der Regel nur für den Raum gilt, den der Kalibrierkörper einnimmt (Pedersini u. a. (1999)). Daher sollte das Kalibrierobjekt entweder den gesamten Bildbereich bedecken, oder entsprechend statistisch signifikant sein. Da diese Methode auch in dieser Arbeit Anwendung findet, wird sie im Abschnitt 4.1 detailliert beschrieben und für den dargestellten Einsatzzweck evaluiert.

### 2.3.5. Selbstkalibrierung

Selbstkalibrierung ist das Kalibrieren der Parameter der IO ausschließlich über Korrespondenzen zwischen einzelnen Kalibrieraufnahmen. Sind allerdings keine Informationen über die Kamera und ihre Parameter bekannt, neigen diese Methoden dazu, instabil zu sein (Devernay und Faugeras (2001)). Selbstkalibrierung ist somit ein *ill-conditioned* Problem. Daher darf das Messrauschen eine bestimmte Höhe nicht überschreiten (Pedersini u. a. (1999)). Nach Pollefeys u. a. (1998) publizierten Semple und Kneebone (1952) erstmalig das abstrakte geometrische Konstrukt des Absolute Conic (AC), welches das Einzige ist, das invariant gegenüber euklidischen Transformationen ist. Es handelt sich hierbei im Prinzip um ein Kalibrierobjekt, welches immer vorhanden ist und dessen Position und Lage exakt bekannt sind. Faugeras u. a. (1992); Maybank und Faugeras (1992) greifen dieses Konzept zur Kalibrierung von Kameras auf. In ihrer Arbeit verwenden sie die Kruppa Gleichungen, um die Verbindung des AC und der Epipolargeometrie herzustellen. Jedes Bildpaar liefert zwei quadratische Bedingungen für fünf Unbekannte. Die Anzahl der möglichen Lösungen steigt allerdings exponentiell mit jedem neuen Bild-

## 2. Grundlagen

paar. In einer späteren Arbeit von Zeller und Faugeras (1996) wird dieses Konzept mit einer robusteren Variante verbessert. Es werden allerdings konstante IO vorausgesetzt. Heyden und Aström (1996) stellen eine Variante der Methode von Zeller und Faugeras (1996) vor, die weitere Bedingungen nutzen. Hier werden die Kamerakonstanten (*scale factors*) als zusätzliche Unbekannte betrachtet, was in Mehrbildkalibrierungen zu Instabilitäten führen kann. Zusätzlich bietet dieser Ansatz eine ganzheitliche Repräsentation der Abbildungsgeometrie und nicht nur paarweise Korrespondenzen, wie in Maybank und Faugeras (1992). In der Methode nach Hartley (1994) werden die acht Parameter der affinen und euklidischen Transformation simultan gelöst. Hierfür sind allerdings hinreichend genaue Startwerte notwendig, da diese Methode sonst nicht konvergiert. Pollefeys u. a. (1996) stellen eine Methode vor, die aus beliebigen Bildsequenzen zunächst die drei affinen Kameraparameter bestimmt. Anschließend werden die restlichen Parameter für die euklidische Transformation bestimmt. Hierfür wird das *modulus constraint* verwendet. Der Vorteil besteht darin, dass die nichtlineare Optimierung nur auf drei und nicht auf acht Parametern, wie in Hartley (1994), durchgeführt werden muss. Ein Vergleich der Methoden der Objektrekonstruktion durch Selbstkalibrierung wird in Rothwell u. a. (1995) gegeben. Danach sollte der Algorithmus aus Deriche u. a. (1994) für die robuste Bestimmung der Fundamentalmatrix verwendet werden. Die Fundamentalmatrix repräsentiert die Epipolargeometrie unkalibrierter Kameras und wird auch *weak calibration* genannt. Im Unterschied zu dem eher impliziten Zusammenhang aus Faugeras u. a. (1992); Zeller und Faugeras (1996) nutzen z.B. Pollefeys und Gool (1997) eine explizite Herleitung des AC, um eine Kamera zu kalibrieren. Das Problem sind die drei affinen Parameter der Kameramatrix. Sind mindestens drei Aufnahmen vorhanden, können die Parameter bestimmt werden. Nach Pollefeys und Gool (1997) sind die Methoden, die die Kruppa Gleichungen nutzen, instabil bei einer größeren Anzahl von Bildern. Methoden die die Absolute Quadric (AQ) nutzen, zeigen diese Instabilität nicht, brauchen aber zusätzliche Parameter. In Pollefeys u. a. (1998) wird dieser Ansatz erweitert. Hier wird gezeigt, dass unter der Annahme einer orthogonalen Bildebene eine Selbstkalibrierung mit variabler IO möglich ist, wenn mindestens acht Bilder vorliegen, die keine kritische Bewegung beschreiben. Die Methode des AC wird ausführlich im Anhang A beschrieben.

Es existieren Varianten, die ein explizites Kalibrierobjekt für die Selbstkalibrierung verwenden. So wird in Wang und Zhao (2010) ein planarer Kreis mit drei beliebigen Durchmessergeraden verwendet. Über die Abbildungen in drei Aufnahmen können die fünf Parameter der AC linear bestimmt werden. Triggs (1998) gibt einen guten Überblick über die Methode der Selbstkalibrierung, dessen wesentlicher Ausgangspunkt die Arbeiten von Faugeras u. a. (1992) und Maybank und Faugeras (1992) sind. Der originale Kruppa-Ansatz wurde durch eine Zwischenrektifizierung ersetzt (Hartley (1994); Heyden und Aström (1996)). Es existieren allerdings bestimmte Bewegungen, für die kein Algorithmus eindeutige Lösungen der Kamerakalibrierung ableiten kann, ohne zusätzliche Informationen zu verwenden. Solche kritischen Bewegungen sind in Sturm (1997) im Überblick gegeben. Ferner existieren kritische Oberflächen, wie Quadriken, die eine eindeutige Selbstkalibrierung verhindern. Die Methode der Selbstkalibrierung versagt mitunter bei planaren Szenen, da es sich um ein *ill-conditioned* Problem handelt. In Triggs (1998) wird ein Ansatz zur Selbstkalibrierung für Ebenen verwendet. Das am häufigsten

gebrauchte Argument für die Verwendung der Selbstkalibrierung ist die Verwendung in Fällen, wo ausschließlich Bilder der Szene existieren, aber keine Informationen über das Kamerasystem vorliegen. Eine photogrammetrische Kalibrierung der Kamera ist damit unmöglich (z.B. in Fitzgibbon (2001)). Fitzgibbon (2001) bemerkt, dass für eine genaue Kalibrierung der IO ein Bündelblockausgleich notwendig sei. Die Selbstkalibrierung kann unterschiedliche Methoden verwenden, je nachdem, welche Bedingungen genutzt werden sollen. Zum Beispiel werden in Heuvel (1999) Linien statt Punkte für die Rekonstruktion der Abbildungsgeometrie verwendet. Gehören die Linien zu einem Raumobjekt, lässt es sich auf diese Weise einfach über seine begrenzenden Linien definieren. Sturm und Maybank (1999) benutzen das Image of AC (IAC), um die Kalibriermatrix einer perspektivischen Kamera zu schätzen. Die EO wird hier über 2D-Homographien bestimmt.

#### 2.3.6. Parameterfreie (lokale) Methoden

Die parameterfreie, nicht parametrische oder auch lokale Methode der Modellierung und Kalibrierung macht keinerlei Annahmen über ein global gültiges Abbildungsmodell. Vielmehr wird die direkte Objektpunktstrahl-Bildpunkt-Beziehung genutzt. Beispielsweise wird für jedes Pixel der Azimut und die Inklination des korrespondierenden Objektstrahls ermittelt und in einer Lookup table (LUT) gespeichert. Die nicht parametrische Modellierung und Kalibrierung wird u.a. in Grossberg und Nayar (2001) beschrieben. Hier wird von dem physischen Sensor abstrahiert und die abbildenden Elemente als *Raxel* definiert. Das sind virtuelle Pixel, die eine Richtung und Position haben. Die Menge aller Raxel bildet eine Kaustik. Hier ist die Richtung als Tangente der Kaustik positionsabhängig. Jedes Raxel nimmt Licht von einer bestimmten Richtung auf. Kalibriert wird die Menge aller Raxel durch ein aktives Kalibrierobjekt, das die Richtung einfallender Strahlen durch ein Lichtmuster definiert. Auf diese Weise erhält man eine Strahl-Raxel(Pixel)-Korrespondenz, die die Kalibrierung erlaubt. Insbesondere lassen sich auf diese Weise Kameras mit nicht zentraler Charakteristik beschreiben. Hierbei kann der Strahlenverlauf absolut beliebig sein, solange er eindeutig ist. Ein weiterer nicht parametrischer Ansatz wird in Ramalingam u. a. (2005, 2010) vorgestellt. Er baut auf einem nicht parametrischen Kameramodell auf. Jedem Bildpunkt wird dabei ein spezifischer Objektpunktstrahl zugeordnet. Die Koordinaten dieses Strahls werden bestimmt. Da heißt, für jedes Pixel wird die Raumrichtung ermittelt, aus der Licht auf den Pixel fällt. Ferner wird angenommen, dass benachbarte Pixel auch benachbarte Raumstrahlen haben. Dadurch wird eine Subpixel-Interpolation möglich. Auf diese Weise lassen sich sowohl zentrale als auch nicht zentrale Kamerasysteme beschreiben. Insbesondere wird aber auch die Beschreibung von Multikamerasystemen, die aus einzelnen verschiedenartigen Kameras bestehen, möglich. Für die Kalibrierung sind Aufnahmen mehrerer Kalibrierebenen notwendig, die den gesamten Bildbereich abdecken. Alternativ lassen sich die Raumstrahlen auch aus drei Aufnahmen herleiten, die unter einer reinen Translation oder Rotation aufgenommen werden. Auch Sturm und Ramalingam (2003) verwenden das nicht parametrische Abbildungsmodell, das Objektstrahlen über Tensoren rekonstruieren kann (Grossberg und Nayar (2001)). Es werden mindestens 29 Punkttuplets benötigt, um den Tensor und damit die Rotation und Translation zwischen den drei Kameraperspektiven nicht zentraler

## 2. Grundlagen

Kameras zu bestimmen. Bei zentralen Kamerasystemen wird das Projektionszentrum als gemeinsamer Punkt angenommen und man braucht nur noch zwei Kameraperspektiven mit entsprechend weniger Punktpaaren. Auch in Hartley und Kang (2005) stellen die Autoren eine parameterfreie Kalibrierung von nicht perspektivischen Kameras vor. Nach Mei und Rives (2007) bieten parameterfreie Methoden einen effektiven Ansatz für die Kalibrierung von nicht-perspektivischen Kameras, die allerdings den Nachteil haben, dass in der Praxis stabile Kalibrierungen schwierig zu erzielen sind.

### 2.4. Kalibriertechniken für Stereokamerasysteme

Thompson (1959) vereinfacht die Bestimmung der Relativen Orientierung (RO) maßgeblich, indem er erstmals eine algebraische Beschreibung der Rotation in Matrixschreibweise für die RO einführt. Diesen Ansatz hat Thompson (1959) mehrmals verbessert. Unter anderem führt er homogene Koordinaten ein. Das ermöglicht die Darstellung der Epipolargeometrie in der Ebene und unter Verwendung der Epipole (z.B. in Thompson (1968)). Thompson (1959) nutzt die Dualität von Punkten und Linien und motiviert die Epipolarlinien als Projektion der korrespondierenden Bildpunkte. Ferner schneiden sich alle Epipolarlinien in einem Punkt - dem Epipol. Das Prinzip der Epipolargeometrie ist in Abbildung 2.3 dargestellt. Ein Objektpunkt  $P$  wird auf einen Bildpunkt  $P'$  in einer linken Kamera projiziert. Das Projektionszentrum dieser Kamera ist mit  $O'$  dargestellt. Die Projektion des Objektpunktstrahls  $\mathbf{p}'$  auf eine rechte Kamera ist als rote Epipolarlinie  $l$  dargestellt. Diese Linie beinhaltet den Epipol  $e''$ , der die Projektion des linken Projektionszentrums bzw. den Durchstoßpunkt des Basisvektors  $\mathbf{b}$  mit der rechten Bildebene darstellt. Aus fünf Punktkorrespondenzen lässt sich iterativ die entsprechende Essentielle Matrix herleiten. Longuet-Higgins (1981) hat die Essentielle Matrix als wesentliche Komponente für die zu kalibrierte Kameras eingeführt. Dieser Ansatz kann leicht auf unkalibrierte Kameras erweitert werden. Die Essentielle Matrix  $\mathbf{Q}$  ist wie folgt definiert:

$$\mathbf{x}'\mathbf{R}'^T\mathbf{B}\mathbf{R}\mathbf{x} = \mathbf{x}'\mathbf{Q}\mathbf{x} = 0$$

Dabei stellen  $\mathbf{R}$  und  $\mathbf{R}'$  die Rotationsmatrizen und  $\mathbf{B}$  die Translation durch die Basis dar. Mit acht Bildpunktkorrespondenzen kann über einem linearen Algorithmus direkt auf die Epipolargeometrie, also die Essentielle Matrix, geschlossen werden kann. Werden homologe Punkte unkalibrierter Kamerabilder verwendet, erhält man die Fundamentalmatrix  $\mathbf{F}$ . Die Essentielle Matrix und Fundamentalmatrix hängen wie folgt zusammen:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{K}'^T\mathbf{F}\mathbf{K}$$

Wobei  $\mathbf{K}$  und  $\mathbf{K}'$  die Kalibriermatrizen der Inneren Orientierung (IO) sind. Der Acht-Punkt-Algorithmus ist die Grundlage für viele weitere Verbesserungen. Weitere Autoren, z.B. Hartley (1992) zeigten, dass die Essentielle Matrix bestimmten Bedingungen genügen muss. Er nutzt eine Singulärwertzerlegung der Essentiellen Matrix, um die Fundamentalmatrix und die beiden Kamerakontanten direkt zu bestimmen. Hierfür muss die Essentielle Matrix zwei gleiche und einen Null-Singulärwert haben (Faugeras und

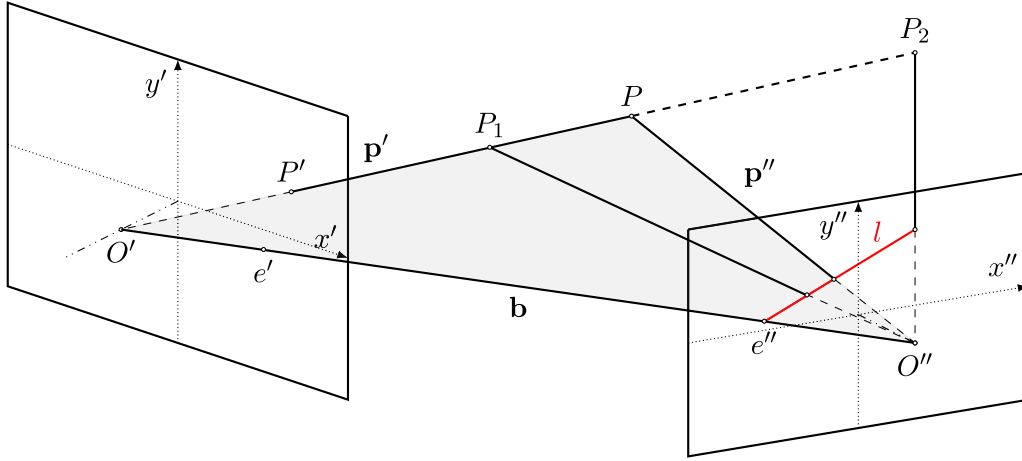


Abbildung 2.3.: Darstellung der Epipolargeometrie

Maybank (1990); Huang und Faugeras (1989)), damit sie entsprechend zerlegt werden kann. Das Hinzufügen von mehr als acht Punkten bringt keine weiteren Beschränkungen für die Parameter der Essentiellen Matrix. Hartley (1995) zeigt weiter, dass die Anfälligkeit des Acht-Punkt-Algorithmus für Fehlerrauschen durch eine einfache Normalisierung nahezu komplett kompensiert werden kann. Ferner muss die Fundamentalmatrix  $\mathbf{F}$  singulär und vom Rang zwei sein, sodass gilt:  $\det(\mathbf{F}) = 0$ . Dies wird auch als *Singularitätsconstraint* bezeichnet. Eine Lösung unter Berücksichtigung dieser Bedingung bietet die Arbeit von Huang und Faugeras (1989). Hier können Punkte sowohl isotropisch als auch nicht isotropisch skaliert werden. Die Normalisierung bewirkt, dass bei der Herstellung der Singularität von  $\mathbf{F}$  alle Elemente gleich gewichtet werden. Diese Arbeit stellt auch mehrere Minimierungsfunktionen für die Bestimmung von  $\mathbf{F}$  vor. Die Normalisierung wird auch für die Methode der Direkten Linearen Transformation (DLT), die Bildung des Trifokalensors und allgemein für die Kamerakalibrierung empfohlen. Die oben beschriebenen Singulärwertbedingungen motivierten den nichtlinearen Fünfpunkt-Algorithmus nach Faugeras und Maybank (1990). Bei fünf Punkten sind im Allgemeinen zehn Lösungen möglich. Die Arbeit von Mendonca und Cipolla (1999) stellt eine Erweiterung der Arbeit von Hartley (1992) dar. Hier wird gezeigt, dass zusätzlich der Hauptpunkt bestimmbar wird, wenn eine Kostenfunktion auf den Singulärwerten der Essentiellen Matrix minimiert wird. Hierfür werden explizit zusätzliche Aufnahmen genutzt. In Pollefeys und Gool (1997) wird hergeleitet, wie viele Bilder man für die Selbstkalibrierung von einer Kamera mit  $n_k$  bekannten und  $n_f$  unbekannten Parametern braucht:

$$n \cdot n_k + (n - 1) \cdot n_f \geq 8$$

Ferner können aus  $n$  Bildern  $n(n - 1)/2$  voneinander abhängige Fundamentalmatrizen abgeleitet werden (Faugeras und Robert (1996)).

Methoden der Bestimmung, das heißt Kalibrierung, der Fundamentalmatrix sind in der Literatur zahlreich gegeben. Für die Bestimmung der Fundamentalmatrix existiert als

## 2. Grundlagen

Quasi-Standard, der Gold-Standard-Algorithmus nach Hartley und Zisserman (2004), der eine Konditionierung des Problems beinhaltet. Effiziente Alternativen zu diesem Ansatz werden in Chojnacki u. a. (2003a,b) beschrieben. Bei dem klassischen linearen Acht-Punkt-Algorithmus nach Longuet-Higgins (1981) und Hartley (1995) wird die Epipolarbedingung als Fundamentalmatrix  $\mathbf{F}$

$$p' \mathbf{F} p = 0$$

formuliert und kann umgeschrieben werden in (mit  $p = [x, y, 1]$  und  $\mathbf{f}$  als Elementvektor von  $\mathbf{F}$ ):

$$[x'x, x'y, x', y'x, y'y, y', x, y, 1] \cdot \mathbf{f} = 0$$

Die Fundamentalmatrix wird an einigen Stellen in der Literatur als Bifokaltensor bezeichnet. Die durch acht Punkte auf diese Weise geschätzte Fundamentalmatrix kann deutlich verbessert werden, wenn sie auf Rang zwei reduziert wird (Hartley und Zisserman (2004)). Fitzgibbon (2001) stellt einen Ansatz vor, bei dem er die lineare Bestimmung der Fundamentalmatrix um einen Term für die radiale Verzeichnung erweitert. Damit lässt sich die Fundamentalmatrix über das Quadratic Eigenvalue Problem (QEP) (siehe Tisseur und Meerbergen (2001)) lösen und ist auch bei Weitwinkel-Kamerasystemen anwendbar. Die Arbeit lagert die Abweichung vom perspektivischen Modell in einen Verzeichnungsterm aus, um klassische Methoden für Epipolargeometrie anwenden zu können. Das QEP hat höchstens 10 und meistens 6 Lösungen. Die Lösungen für einen Trifokaltensor lassen sich analog herleiten und kumulieren in einem Cubic eigenwert problem (CEP). Allerdings wird der Hauptpunkt als fix und bekannt angenommen und es lassen sich keine Field of View (FOV) größer  $180^\circ$  modellieren. Typische Genauigkeiten liegen im Pixelbereich. Eine robuste Bestimmung des Trifokaltensors wird in Torr und Zisserman (1997) vorgestellt. In Micusik und Pajdla (2003) ist eine Erweiterung von Fitzgibbon (2001) für allgemeine omnidirektionale Kameras gegeben. Allerdings braucht das volle Modell 15 homologe Punkte, um eine Fundamentalmatrix zu schätzen. Ein auf einen Parameter reduziertes Modell benötigt neun Punkte, wie auch bei Fitzgibbon (2001). In dieser Arbeit wird ein Fehlermaß verwendet, das auf dem Winkel zwischen Raumstrahl und Epipolarebene beruht. Deriche u. a. (1994) geben einen Überblick über robuste und verschieden exakte Verfahren zur Bestimmung der Fundamentalmatrix. Die Autoren folgern, dass man beide Richtungen der Fundamentalmatrix zur Bestimmung der selbigen minimieren sollte:

$$\sum_i d^2(q'_i \mathbf{F} q_i) + d^2(q_i \mathbf{F}^T q'_i)$$

## 2.5. Statistische Kriterien und Komplexität

Im Laufe der Arbeit stellt sich die Frage, welches der untersuchten Modelle am besten auf ein konkretes Problem anzuwenden ist. In der Regel berechnet man eine Prüfgröße, mit der die Einordnung der untersuchten Modelle möglich ist. Oft wird hierfür der Root Mean Square (RMS) verwendet, also der mittlere quadratische Fehler eines bestimmten



Modells. Es ist naheliegend, dass mit zunehmender Komplexität des Modells ein auf diese Weise bestimmter Fehler abnimmt. In der Regel spricht man von Überparametrisierung, wenn zusätzliche Freiheitsgrade im Modell einen stochastischen Fehler modellieren. Oft bringen zusätzliche Parameter Instabilität in den Optimierungsprozess bzw. sind nicht signifikant. Um ein in diesem Sinne optimales Modell zu finden, ist ein Bewertungsmaß erforderlich, das neben der Genauigkeit des Modells auch dessen Komplexität berücksichtigt. Die Komplexität meint hier die Anzahl der Freiheitsgrade eines Modells. Ein Modell ist dann korrekt, wenn es neue Daten mit gleicher Verteilung hinreichend genau beschreiben kann. Es soll also der zu erwartende Fehler unbekannter Beobachtungen minimiert werden. Akaike (1974) legt die Grundlagen zur Verwendung eines statistischen Kriteriums, A new estimate minimum Information theoretical Criterion (AIC), zur Bewertung verschiedener Modelle. Dieses Kriterium bietet den entscheidenden Vorteil, dass die Modellwahl aufgrund rein objektiver, d.h. statistischer, Kennwerte erfolgen kann. Akaike (1974) definiert das AIC wie folgt:

$$\text{AIC} = -2 \log \text{ML}(\theta, X) + 2M_{\text{dof}} \quad (2.2)$$

Dabei ist ML die *maximum likelihood* des Modells mit den Parametern  $\theta$ , den Beobachtungen  $X$  und der Anzahl  $M_{\text{dof}}$  unabhängiger Modellparameter, also Degree of Freedom (DOF). Ein Modell aus einer Menge von Modellen ist genau dann optimal, wenn es ein minimales AIC hat. Der erste Summand beschreibt hierbei die Güte des Modells (*goodness of fit*), während der zweite Summand eine höhere Komplexität stärker gewichtet. Gleichung (2.2) lässt sich bei Annahme normalverteilter Fehler der Beobachtungen wie folgt approximieren (*siehe* Kanatani (2002)):

$$\text{AIC} = \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \sum_i r_i^2 + 2M_{\text{dof}} \quad (2.3)$$

Hierbei sind  $r$  die Beobachtungsresiduen,  $M_{\text{dof}}$  die Anzahl der unabhängigen Modellparameter und  $\hat{\sigma}$  eine Schätzung der unbekannten Varianz der Residuen. In der Regel wird die Varianz aus den Residuen des komplexesten Modells bzw. eines Referenzmodells geschätzt:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_i r_i^2}{NN_{\text{dim}} - M_{\text{dof}}} \quad (2.4)$$

Hierbei definieren  $N$  die Anzahl der Beobachtungen und  $N_{\text{dim}}$  die Dimension der Beobachtungen.

Exemplarisch für eine der zahllosen Modifikationen von AIC sei hier das Consistent AIC (CAIC) genannt, welches von Bozdogan (1987) vorgeschlagen wurde. Es soll die Tendenz von AIC durch einen Korrekturfaktor  $(\log N + 1)$  kompensieren, die Komplexität des Modells überzubewerten. Es ist wie folgt definiert:

$$\text{CAIC} = \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \sum_i r_i^2 + (\log N + 1)M_{\text{dof}} \quad (2.5)$$

Mallows (1973) formuliert einen ähnlichen Ansatz zur Bewertung der Güte eines Mo-

## 2. Grundlagen

Name	$\alpha_1$	$\alpha_2$
AIC	0	2
MDL	$\log(N)$	$\frac{M_{\text{dof}}}{2}$
GAIC	2	2
GMDL	$-\log\left(\frac{\sigma}{L}\right)^2$	$-\log\left(\frac{\sigma}{L}\right)^2$

Tabelle 2.1.: Vergleich der Parameter verschiedener statistischer Kriterien

dells:

$$C_p = \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \sum_i r_i^2 + (2M_{\text{dof}} - N) \quad (2.6)$$

Ein weiteres verbreitetes statistisches Kriterium ist das MDL nach Rissanen (1978):

$$\text{MDL} = \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \sum_i r_i^2 + \frac{M_{\text{dof}}}{2} \log(N) \quad (2.7)$$

Kanatani (2002) haben die häufig verwendeten statistischen Prüfgrößen AIC und MDL für geometrische Probleme zu GMDL und GAIC generalisiert. Ferner wurde gezeigt, dass sich das  $C_p$  äquivalent zu dem hier hergeleiteten GAIC verhält.

$$\text{GAIC} = \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \sum_i r_i^2 + 2(NN_{\text{dim}} + M_{\text{dof}}) \quad (2.8)$$

$$\text{GMDL} = \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \sum_i r_i^2 - (NN_{\text{dim}} + M_{\text{dof}}) \log\left(\frac{\sigma}{L}\right)^2 \quad (2.9)$$

Dabei ist  $L$  eine Referenzlänge, für die häufig die Breite des Bildes angenommen wird. Die in der Literatur häufig verwendeten und hier exemplarisch vorgestellten statistischen Kriterien lassen sich über folgende Definition zusammenfassen:

$$\text{IC} = \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \sum_i r_i^2 + \alpha_1 NN_{\text{dim}} + \alpha_2 M_{\text{dof}} \quad (2.10)$$

Die Definition der Parameter  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  sind in Tabelle 2.1 zusammengefasst. Dabei bewertet das AIC ausschließlich die Komplexität des Modells. Das MDL bewertet zusätzlich die Anzahl der Beobachtungen und verbindet die beiden Faktoren multiplikativ. Während bei GAIC die beiden Parameter  $\alpha_i$  konstant zwei sind, sind sie beim GMDL vom Referenzrauschen und der Referenzlänge abhängig. Insofern ist es insbesondere beim GMDL wichtig, die Referenzgrößen sorgsam zu wählen. Bei der geometrischen Inferenz steigt die Genauigkeit der Modellwahl mit der Verminderung des Rauschens. Bei der statistischen Inferenz als Grundlage für AIC und MDL hingegen steigt die Genauigkeit der Modellwahl mit zunehmender Beobachtungsmenge (Kanatani (2002); Gheissari und Bab-Hadiashar (2003)). Das in dieser Arbeit untersuchte Problem der Kamerakalibrierung passt eher zum Verfahren der geometrischen Inferenz, da die Beobachtungen eine Dimensionalität größer eins haben und generell die Anzahl der Beobachtungen hoch im

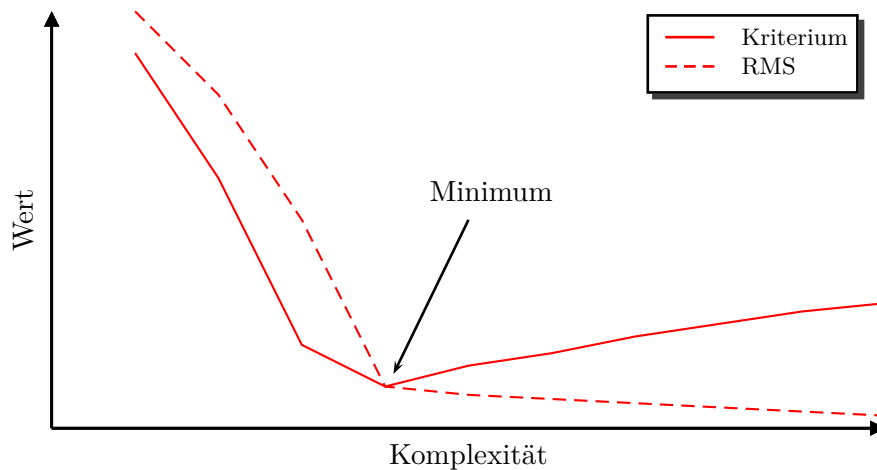


Abbildung 2.4.: Bewertung Approximation eines Modells durch Statistisches Kriterium

Vergleich zur Modellkomplexität ist. Das GMDL gewichtet die Komplexität des Modells insgesamt stärker als GAIC und wird daher weniger komplexe Modelle höher bewerten und in Folge tendenziell degenerierte Modelle wählen (Kanatani (2002)). Die Bewertung der Kalibrierung eines Modells mittels eines statistischen Kriteriums ist in Abbildung 2.4 dargestellt. Mit zunehmender Komplexität des Modells wird das Problem genauer beschrieben, wie anhand der RMS-Kurve dargestellt ist. Die Frage ist, ab wann kann die Zunahme der Komplexität nicht mehr mit einem Gewinn an Genauigkeit gerechtfertigt werden, bzw. ab welcher Komplexität des Modells besteht die Gefahr eines *overfitting* der Daten. Hier hilft die Bewertung über ein statistisches Kriterium, wie in Abbildung 2.4 dargestellt. Es bildet an der Stelle ein Minimum aus, an der die Genauigkeit und Komplexität des Modells ein ideales Verhältnis im Sinne der Definition des statistischen Kriteriums annimmt.



### 3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung

In diesem Kapitel soll eine Klassifizierung verschiedener Kamerateypen anhand ihres optomechanischen Aufbaues vorgenommen werden. Wesentliche Bauteile hierfür sind Spiegel und Linsen in unterschiedlicher Kombination und Ausprägung. Jede Klasse hat spezifische optische Eigenschaften und entsprechende Abbildungsmodelle. Abbildungsmodelle beschreiben den mathematischen Zusammenhang zwischen Objekt- und Bildraum. Eine wichtige Eigenschaft, die die Art der Modellierung wesentlich beeinflusst, ist das Vorhandensein oder das Nichtvorhandensein eines gemeinsamen Schnittpunktes aller bildgebenden Objektpunktstrahlen. Eine Herausforderung stellt in diesem Zusammenhang der Umgang mit den unterschiedlichen Abbildungsmodellen der einzelnen Kamerasysteme und der daraus resultierenden unterschiedlichen Kalibriermethoden dar. In diesem Kapitel soll untersucht werden, inwiefern sich Kamerasysteme über eine einheitliche Modellierung beschreiben lassen. Eine einheitliche Modellierung ermöglicht nicht nur eine einheitliche Kalibrierung, sondern wird auch universell anwendbar. Insbesondere kann eine Kamera ohne detailliertes Wissen über ihre zugrunde liegende Optomechanik und abbildende Eigenschaften kalibriert werden. In Abschnitt 3.1 wird zunächst ein Überblick über unterschiedliche Ansätze der Modellierung von Kamerasystemen gegeben. Darauf aufbauend wird eine allgemeine Methode zur Modellierung verschiedener Kamerateypen vorgestellt. Anschließend werden in Abschnitt 3.2 häufig verwendete Kamerasysteme beschrieben und klassifiziert. Die Eigenschaften dieser Kameraklassen werden vorgestellt, bewertet und klassenspezifische Modelle angegeben. Da dieses Kapitel keinen allumfassenden Überblick bieten kann, beschränkt diese Arbeit auf handelsübliche Kamerasysteme. Ferner liegt der Fokus auf im Nahbereich üblicherweise verwendeter Kamerasysteme. Dieser Bereich deckt eine große Anzahl an unterschiedlichen Kamerasystemen ab, wie sie typischerweise in der terrestrischen Photogrammetrie und Computer Vision verwendet werden. Die Einteilung der Kamerasysteme in Klassen dient dem Ableiten geeigneter Modellklassen und ermöglicht eine systematische Untersuchbarkeit. Kamerasysteme, die in einer gemeinsamen Modellklasse liegen, können auch über ein gemeinsames Modell beschrieben werden. Grundsätzlich gibt es verschiedene Kriterien, eine solche Klassifizierung vorzunehmen. Im Abschnitt 3.2.1 und 3.2.2 wird eine in der Literatur (z.B. Hecht (2002)) übliche Einteilung nach den optomechanischen Eigenschaften durchgeführt. Für jede dieser Klassen werden übliche Abbildungsmodelle vorgestellt. Im anschließenden Abschnitt 3.3 werden Abbildungsmodelle vorgestellt, die mehrere solcher spezifischen Abbildungsmodelle umfassen oder approximieren. In der Regel müssen diese Abbildungsmodelle um ein Verzeichnungsmodelle ergänzt werden, um höchsten Genauigkeitsansprüchen zu genügen. Diese Modelle sind notwendig, um fertigungs- oder

### 3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung

bauartbedingte Abweichungen vom Abbildungsideal zu beschreiben. Das hier verwendete Verzeichnungsmodell wird in Abschnitt 3.5 vorgestellt und bewertet. Die in diesem Kapitel vorgestellten Ansätze der Modellierung werden abschließend im Abschnitt 3.6 theoretisch evaluiert und anhand Raytracing-erzeugter Referenzdaten auf ihre Verwendbarkeit und erzielbare Genauigkeiten hin überprüft.

#### 3.1. Kameramodellierung

Abbildungsmodelle beschreiben, wie 3D-Strukturen auf den Bildsensor geometrisch abgebildet werden. In der Regel lassen sich solche Modelle auch analytisch invertieren und somit die 3D-Strukturen aus Kamerabildern rekonstruieren. In der Literatur wird zwischen zwei wesentlichen Ansätzen der Modellierung unterschieden. Dem parametrischen Modellansatz, wie er in Brown (1971); Heikkilä und Silven (1997) verwendet wird, und dem nicht parametrischen Ansatz, wie der z.B. in Grossberg und Nayar (2001); Sturm und Ramalingam (2003) oder in Ying und Hu (2004c) für Fischaugen-Kamerasysteme über eine Lookup table (LUT) realisiert wird. Es werden ferner auch Mischformen der beiden Ansätze in der Literatur verwendet. Der parameterfreie Ansatz stellt fast keine Anforderungen an den Abbildungsvorgang des Kamerasystems und kann nahezu beliebige Kamerasysteme modellieren. Im Wesentlichen bedeutet das, dass kein analytisches Modell verwendet wird, sondern eine direkte Beziehung zwischen jedem einzelnen Objektpunktstrahl und dem dazugehörigen Bildpunkt hergestellt wird. Folglich besitzt jeder Bildpunkt einen individuellen Parametersatz, der seine Raumrichtung beschreibt. Streng genommen haben solchen Modelle somit Parameter, nämlich die Koordinaten der Pixel und die Richtung des korrespondierenden Objektstrahls. Daraus ergibt sich eine ungleich größere Anzahl von Parametern als bei dem parametrischen Ansatz. Da dieser Ansatz sehr viele Parameter besitzt, wird er in der Literatur auch als lokaler, anstatt nicht parametrischer oder parameterfreier Ansatz bezeichnet. Der lokale Modellansatz stellt damit den allgemeinsten Fall der Modellierung dar und ist auf jede Kamera anwendbar. In Abbildung 3.1a ist ein Kamerasystem dargestellt, welches diesem Ansatz entspricht. Der Objektstrahl  $P_i$  kann völlig unabhängig von dem Abbildungsverhalten der anderen Raumstrahlen durch das optische System geführt werden und bildet schließlich auf dem Bildelement der Bildebene im Punkt  $p_i$  ab. Es gibt keine Systematik zwischen Pixelposition und Raumstrahl.

Im Gegensatz dazu stellt der parametrische oder auch globale Ansatz einige grundlegende Anforderungen an das Kamerasystem, damit dieses über ein analytisches Modell mit wenigen Parametern beschrieben werden kann. Da der überwiegende Teil der Kameras, inklusive der hier Untersuchten, nicht beliebig abbildet und sich weitestgehend radialsymmetrisch verhält, wird in dieser Arbeit der globale (analytische) Ansatz zur Modellierung verwendet. Ein Kamerasystem, das diesem Ansatz entspricht, ist in Abbildung 3.1b dargestellt. Jeder Raumstrahl  $P$  bildet auf seinem jeweiligen Punkt  $p$  ab und schneidet dabei die optische Achse des Systems, welche die Symmetrieachse der Gesamtabbildung ist. Alle weiteren Objektstrahlen schneiden sich in diesem Punkt. Das klassische Lochkameramodell entspricht diesem Modellierungsansatz und erfüllt dabei

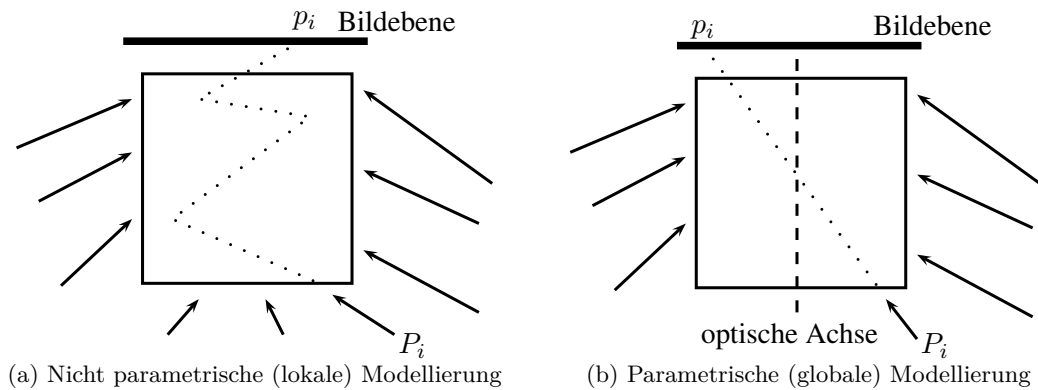


Abbildung 3.1.: Modellierungsparadigmen unterschiedlicher Kamerasysteme

noch weitere Bedingungen. Die parametrische Modellierung der optischen Abbildung soll im folgenden Abschnitt 3.1.1 beschrieben werden.

### 3.1.1. Allgemeine parametrische Modellierung der Kameraabbildung

Ein parametrisches Abbildungsmodell hat in der Regel eine kleinere Zahl an Parametern, die häufig bestimmte physikalische Eigenschaften des Kamerasystems repräsentieren. Oft sind solche parametrischen Modelle für ein spezifisches Kamerasystem entwickelt worden und modellieren dieses System bei einer niedrigen Modellkomplexität sehr exakt. Somit setzen solche Modelle bestimmte Eigenschaften und Bedingungen des abbildenden Systems voraus. Parametrische Modelle können auch als kontinuierliche globale Modelle angesehen werden. Einen Kompromiss aus dem parametrischen und nicht parametrischen Modellierungsansatz stellen die verallgemeinerten parametrischen Abbildungsmodelle, oder kurz generischer Modellansatz (*siehe* 3.3), dar. Unter Verwendung zusätzlicher Parameter können verschiedene parametrische Modelle zusammengefasst bzw. approximiert werden. Sie sind global gültig und können über eine variable Komplexität an die jeweiligen Erfordernisse angepasst werden. Es gibt zwei wesentliche Größen, die ein solches Abbildungsmodell charakterisieren. Den radialen Abstand der Bildpunktkoordinaten zum Hauptpunkt und den Eintrittswinkel des Objektpunktstrahls in das optische System. Das Abbildungsmodell beschreibt den funktionalen Zusammenhang zwischen diesen beiden Größen. Das generalisierte Abbildungsmodell entspricht einem Zwei-Schritt-Modell, wie in Fleck (1995) vorgeschlagen. Zunächst wird die 3D-Welt perspektivisch auf eine Einheitskugel projiziert. Anschließend wird die sphärische Projektion auf die Bildebene über eine radiale Abbildungsfunktion abgebildet. Fleck spricht in diesem Zusammenhang von den fünf klassischen Abbildungsfunktionen, die rotationssymmetrisch sind: perspektivisch, stereographisch, orthogonal, äquidistant und flächentreu. Als Grundlage für die hier verwendete Modellierung von Kamerasystemen werden folgende Annahmen gemacht:

1. Ein koaxial zur optischen Achse auftreffender Objektpunktstrahl mit der Inklina-

### 3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung

tion  $\theta = 0$ , bildet auf den Hauptpunkt des Bildes ab. Dieser besitzt somit einen bildseitigen Radius  $r = 0$ .

2. Die Abbildung, also die Entfernung vom Hauptpunkt  $r$ , ist radial-symmetrisch (zum Hauptpunkt) und monoton mit der Inklination  $\theta$  steigend.
3. Der Hauptpunkt ist der Durchstoßpunkt der Bildebene und der optischen Achse, welche die Symmetrieachse des Kamerasystems darstellt.
4. Der Azimuth  $\varphi$  des Objektpunktstrahls ist invariant gegenüber der spezifischen Abbildung.

Diese vier Annahmen sind natürliche Anforderungen an den Abbildungsvorgang und gelten bei nahezu allen marktüblichen Kamerasystemen. Sie gewährleisten eine symmetrische und eindeutige Abbildung. Daraus leitet sich direkt ein globaler Modellierungsansatz ab, der den Zusammenhang zwischen dem Objektpunkt  $\mathbf{X} = (X, Y, Z)^T$  und dem Bildpunkt  $\mathbf{x}$  im Kamerakoordinatensystem herstellt. Im Folgenden soll die grundlegende allgemeine Abbildungsgleichung hergeleitet werden. Ein dreidimensionaler Objektpunkt  $P$  wird auf eine Bildfläche projiziert. Es entsteht ein zweidimensionaler Bildpunkt  $p$ . Der kartesische Objektpunktvektor  $\vec{P}$  kann wie folgt über räumliche Polarkoordinaten ausgedrückt werden.

$$\vec{P} = \{d, \theta, \varphi\} \quad (3.1)$$

Die grundlegende Modellannahme ist, dass ausschließlich die Inklination  $\theta$  und der Azimut  $\varphi$  die Lage des Objektstrahls zum Projektionszentrum und somit auch die Position des Bildpunktes beeinflussen. Die Entfernung des Objektpunktes  $d$  hat hingegen keinen Einfluss. Alle Objektpunkte mit identischer Inklinationen und Azimut erzeugen ein und den selben Bildpunkt. Damit reduziert sich die Dimensionalität von drei auf zwei. Ferner wird vorausgesetzt, dass der objektseitige Azimut  $\varphi_o$  gleich dem bildseitigen Azimut  $\varphi_b$  ist (Abweichungen von dieser Voraussetzung werden über das Verzeichnungsmodell abgebildet, siehe Abschnitt 3.5). Somit gilt:

$$\varphi_o = \varphi_b = \varphi \quad (3.2)$$

Der Winkel  $\varphi$  ist gegenüber dem parametrischen allgemeinen Abbildungsmodell invariant. Das bedeutet, die Richtungen der Objekte, bezogen auf das Projektionszentrum und die XY-Ebene (Bildebene), bleiben beim Abbildungsvorgang erhalten. Es entspricht der intuitiven Vorstellung einer Kameraabbildung, dass die Bildkomposition bei der Abbildung erhalten bleibt. Damit lässt sich der Bildpunkt  $p$  wie folgt in Komponentenschreibweise als Produkt aus radialem Abstand zum Hauptpunkt  $r$  und Objektazimut  $\varphi$  ausdrücken.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

In der Regel sind Objektpunktkoordinaten in einem kartesischen Koordinatensystem gegeben. Über die atan2-Funktion lässt sich der Azimut  $\varphi$  wie folgt im korrekten Qua-



dranten berechnen:

$$\varphi = \text{atan2}(X, Y) = \arg(X + iY) = \frac{1}{i} \ln \left( \frac{X + iY}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \right) \quad (3.4)$$

Der Abstand  $r$  vom Durchstoßpunkt der optischen Achse mit der Bildebene, dem Hauptpunkt, hängt somit funktional von dem Inklinationswinkel  $\theta$  und einer bestimmten Menge weiterer Parameter  $\Omega$  ab:

$$r = f_M(\theta, \Omega) \quad (3.5)$$

Dabei ist  $r = f_M(\theta, \Omega)$  die radiale Modellfunktion, die einen Objektpunkt mit der Inklination  $\theta$  auf einen Bildpunkt mit dem Radius  $r$  abbildet. Der Parametersatz  $\Omega$  enthält die Parameter des entsprechenden Modells. Im Falle des häufig verwendeten perspektivischen Abbildungsmodells bildet die Kamerakonstante  $c$  den Modellparametersatz  $\Omega$ . Die Funktion  $f_M$  muss die obigen fundamentalen Bedingungen erfüllen. Der Zentrumsstrahl entlang der optischen Achse bleibt erhalten und es gilt:  $f_M(0, \Omega) = 0 = r$ . Weiterhin muss die Funktion  $f_M$  monoton steigend sein. Der Inklinationswinkel  $\theta$  ist als Winkel zwischen dem Objektstrahl und der Z-Achse des Kamerakoordinatensystems wie folgt definiert:

$$\theta = \cos^{-1} \left( -\frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} \right) \quad (3.6)$$

Hierbei ist zu beachten, dass Gleichung 3.6 häufig mit  $-Z$  definiert ist. Die Blickrichtung des Systems ist somit in Richtung der negativen Z-Achse. Durch Transformation und Substitution der obigen Gleichungen erhält man folgende allgemeine parametrische modellunabhängige Abbildungsgleichung in homogenen Koordinaten:

$$\mathbf{x} = \begin{cases} (0, 0, 1)^T & , \text{ mit } \theta < \epsilon \\ \frac{f_M(\theta, \Omega)}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \cdot (X, Y, 1)^T & , \text{ sonst} \end{cases} \quad (3.7)$$

Insbesondere schließt der in Gleichung 3.7 beschriebene Modellierungsansatz zentrale und nicht-zentrale Kamerasysteme (*siehe* Abschnitt 3.2) gleichermaßen ein, solange alle Objektpunktstrahlen eine gemeinsame Achse schneiden. Ein Kamerasystem kann über eine entsprechende Modellfunktion  $f_M$  unter den oben genannten Bedingungen vollständig modelliert und kalibriert werden. Bezogen auf die allgemeine Abbildungsfunktion bleibt bei der perspektivischen Abbildung (3.11) zusätzlich die Inklination  $\theta$  erhalten. Das heißt, die objektseitige Inklination ist gleich der bildseitigen Inklination. Die vollständige generische Abbildungsfunktion ist mit (4.23) gegeben. Durch Einsetzung von Gleichung 3.11 in 3.7 und Umformung entstehen auf diese Weise die klassischen Kollinearitätsgleichungen der Photogrammetrie:

$$\begin{aligned} x &= c \frac{\mathbf{X}}{\mathbf{Z}} \\ y &= c \frac{\mathbf{Y}}{\mathbf{Z}} \end{aligned} \quad (3.8)$$

### 3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung

Üblicherweise unterliegen die Kamerakoordinaten  $\mathbf{X}$  einer weiteren Transformation, die diese in das übergeordnete Objektkoordinatensystem überführt. Diese Transformation (bzw. deren Parameter) nennt man Äußere Orientierung (EO) und ist wie folgt definiert:

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \mathbf{R} \begin{pmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{pmatrix} = \mathbf{R} (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0) \quad (3.9)$$

Hierbei sind  $\mathbf{R}$  eine orthonormale Rotationsmatrix und  $\mathbf{X}_0$  ein Translationsvektor, die die Lage und Orientierung bezüglich eines bestimmten Koordinatenursprunges definieren. Unter Verwendung der Gleichungen (3.5) und (3.6) lassen sich im Sinne des Abbildungsmodells verallgemeinerte Kollinearitätsgleichungen definieren, wie sie in dieser Arbeit verwendet werden:

$$\begin{aligned} x' &= c' \frac{\mathbf{i}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)}{\mathbf{k}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)} \Rightarrow x = c' \frac{\mathbf{X}'}{\mathbf{Z}'} \\ y' &= c' \frac{\mathbf{j}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)}{\mathbf{k}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)} \Rightarrow y = c' \frac{\mathbf{Y}'}{\mathbf{Z}'} \end{aligned} \quad (3.10)$$

mit

$$c' = -r \cot \theta \quad \text{und} \quad [\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}] = \mathbf{R}$$

Hier ist  $c'$  nicht länger eine Konstante, sondern eine vom Abbildungsmodell und der Inklination  $\theta$  abhängige Größe.

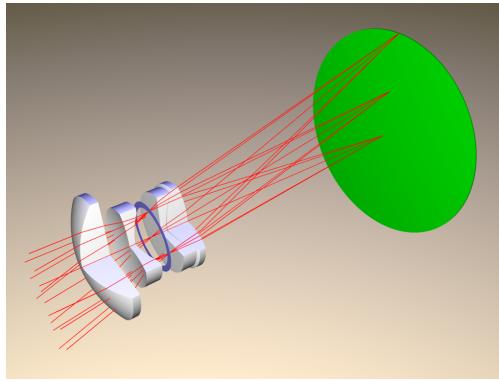
## 3.2. Kameraklassen

In der Nahbereichsphotogrammetrie und Computer Vision übliche Kamerasysteme lassen sich grob in drei Klassen einteilen. Die Klassifizierung erfolgt hierbei nach dem optomechanischen Aufbau der Systeme. Solche, die Spiegel verwenden, werden als Katoptriken bezeichnet. Kamerasysteme, die ausschließlich aus Linsen bestehen, heißen Dioptriken. Eine Kombination aus beiden Bauweisen wird als Katadioptrik bezeichnet. Eine umfassende Darstellung dieser Klassen findet sich in zahlreicher Fachliteratur aus dem Fachgebiet der Optik. Exemplarisch sei hier für eine tiefere Studie auf Hecht (2002) verwiesen. Nachfolgend sollen diese drei Klassen vorgestellt werden. Der Fokus liegt hierbei auf Flächensensoren, da diese im Wesentlichen im Nahbereich eingesetzt werden (Luhmann u. a. (2007)). Nichtsdestotrotz finden auch Zeilensensoren Anwendung im Bereich der Photogrammetrie und insbesondere bei der Stereoskopie und Generierung von Panoramen, z.B. in Wei u. a. (2007). Zusätzlich zum optomechanischen Aufbau der Kameras wird bei der Modellierung nach einer wesentlichen Eigenschaft unterschieden. Existiert ein einzelner Punkt im Raum, in dem sich alle projizierten Objektpunktstrahlen schneiden, dann erfüllt das Modell die Bedingung eines einzigen Projektionszentrums. Dies wird im Englischen als das Single Viewpoint Constraint (SVC) bezeichnet. Insbesondere bei nicht perspektivischen Kameras ist die Erfüllung des SVC eine wichtige Eigenschaft, die unter anderem eine einfachere Modellierung ermöglicht. Nahezu alle

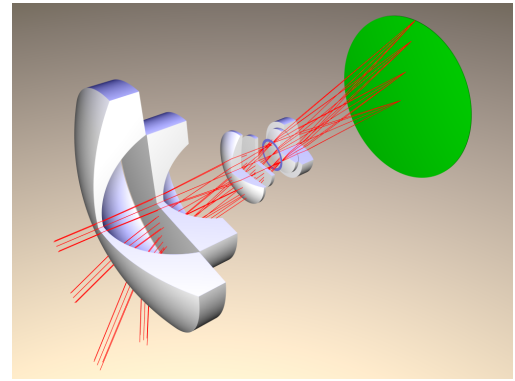
Veröffentlichungen zur Kalibrierung nicht perspektivischer Kameras mittels parametrischer Abbildungsmodelle beruhen auf der Annahme eines einzigen Projektionszentrums. Insbesondere wird diese Annahme auch häufig dann getroffen, wenn das Kamerasystem diese Eigenschaft nur näherungsweise erfüllt. Häufig wird in der Literatur eine solche Vereinfachung bei Fischaugen-Systemen getroffen, wie in Basu und Licardie (1995); Ho u. a. (2005); Abraham und Förstner (2005); Hughes u. a. (2010). Somit gibt es sowohl nicht perspektivische Kamerasysteme, die dem SVC folgen, als auch jene, die es nicht oder nur näherungsweise tun. Eine Übersicht und Klassifizierung ist zum Beispiel in Swaminathan u. a. (2003) gegeben.

Neben der Klasse der Dioptriken ist die zweite interessante Klasse die der Katadioptriken. Baker und Nayar (1999) haben sich ausführlich in ihrer Arbeit mit der Modellierung von katadioptrischen Systemen befasst. Als wichtige Erkenntnis wird gezeigt, welcher optische Aufbau die Bedingung des SVC erfüllt und welcher nicht. Die Annahme eines SVC wird häufig beim Umgang mit Katadioptriken getroffen, auch wenn es in der Realität schwierig ist, diese exakt einzuhalten. Im Vergleich dazu haben sich Bakstein und Pajdla (2000) und auch Swaminathan u. a. (2006) ausführlich mit Kamerasystemen beschäftigt, die das SVC nicht erfüllen. Ergänzend dazu wird in Derrien und Konolige (2000) gezeigt, dass ein *Single Viewpoint* bei solchen Systemen in Form eines einzigen Projektionszentrums approximiert werden kann, ohne die Genauigkeit der Systemmodellierung signifikant zu beeinträchtigen. Erfüllt ein System die Bedingung des *Single Viewpoint* nicht, dann existiert kein einzelnes Projektionszentrum. Ein solches Kamerasystem gehört zu der Klasse der nicht-zentralen Kamerasysteme (NZK), bei der jeder Raumstrahl einen individuellen Schnittpunkt mit der optischen Achse und somit ein eigenes Projektionszentrum besitzt. NZK, bei denen alle Sichtstrahlen eine reale Gerade schneiden (z.B. die optische Achse), nennt man axiale Kameras. Alle anderen NZK, die diese Eigenschaft nicht erfüllen, nennt man voll nichtzentral. Hierzu gehören zum Beispiel *oblique cameras* (siehe Sturm u. a. (2011)). Hier sind beliebige Objektstrahlenpaare entweder identisch oder schief zueinander. Allerdings können diese einzelnen Raumstrahlen über ein gemeinsames Modell der Kaustik (siehe Abschnitt 3.4) modelliert werden. Nach Bakstein und Pajdla (2000) existieren Kaustiken nicht zentraler Kamerasysteme (NZK) in der Regel als Punkte, Linien, Kreise oder Kugeln. Solche Kaustiken lassen sich allgemein über Kegelschnitte zusammenfassen. Es können aber auch nicht rotationssymmetrische und insbesondere auch beliebige Kaustiken entstehen, wie in Swaminathan u. a. (2006) gezeigt wird. Der Vorteil von Kamerasystemen ohne *Single Viewpoint* ist der Freiheitsgewinn bei der Gestaltung des optischen Aufbaus des Kamerasystems. Kamerasysteme, die über ein einzelnes Projektionszentrum modelliert werden können, sind mitunter komplizierter in ihrem Aufbau. Generell erzeugen Systeme, die einen *Single Viewpoint* besitzen, Aufnahmen, die in eine perspektivische Darstellung überführt werden können. Das ist ein entscheidendes Kriterium, wenn klassische Stereokonzepte, wie die Epipolargeometrie, verwendet werden sollen. Peri und Nayar (1997) zeigen eine Implementierung einer perspektivischen Entzerrung einer parabolischen Katadioptrik und somit eine Anwendbarkeit auf klassische Epipolargeometrie und Stereomatching. In Abbildung 3.2 sind zum einen der optomechanische Aufbau häufig verwendeter Optiken dargestellt. Zum

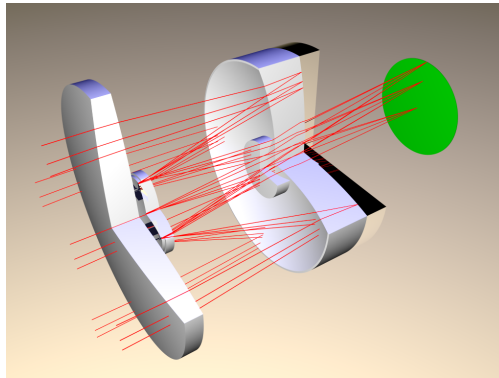
### 3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung



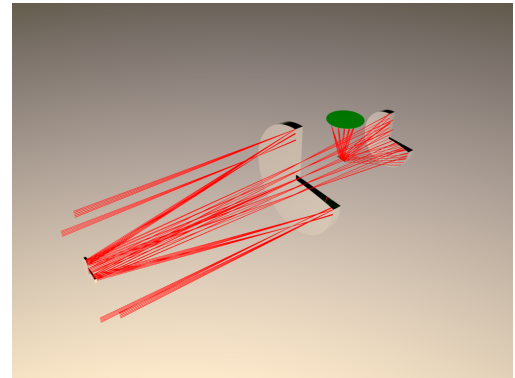
(a) Abbildungsvorgang eines perspektivischen Objektivs



(b) Abbildungsvorgang eines Fischaugen-Objektivs



(c) Abbildungsvorgang einer Katadioptrik



(d) Abbildungsvorgang einer Katoptrik

Abbildung 3.2.: Schematischer Abbildungsvorgang bei verschiedenen Kameraklassen

anderen wird der Weg von Objektstrahlen durch das Objektiv gezeigt<sup>1</sup>. In Abbildung 3.2a ist der Abbildungsvorgang eines normal-brennweiten perspektivischen Objektivs dargestellt. Die Objektstrahlen werden hier durch vier Linsen gebeugt und schließlich auf die in grün dargestellte Bildebene projiziert. Der schmale blaue Ring stellt die Blende dar. Eine Gerade durch die Mittelpunkte der Linsen bildet die optische Achse des Systems. Dieses System besitzt nur einen schmalen Öffnungswinkel von rund  $40^\circ$ . Abbildung 3.2b stellt den Strahlengang in einem Fischaugen-Objektiv dar. Im Unterschied zu Abbildung 3.2a liegt als erste Linse eine starke Zerstreuungslinse (konkave Linse) im Strahlengang, um die großen Öffnungswinkel auf die nachfolgende Linse zu brechen. Die letzten vier Linsen vor der Bildebene entsprechen wieder weitestgehend einer Dioptrik mit schmalen Öffnungswinkel. Dieses System realisiert einen Öffnungswinkel von  $140^\circ$ . In Abbildung 3.2c ist schließlich eine Katadioptrik dargestellt. Hier befindet sich zusätzlich ein Spiegel im Strahlengang, der in der Abbildung mit schwarzer Bande ganz rechts vor der Bildebene dargestellt ist. Der hier dargestellte katadioptrische Aufbau realisiert

<sup>1</sup>Die Abbildungen wurden anhand realer Objektivs erzeugt, die in der Optik-Software OpTaliX<sup>TM</sup> simuliert und mit der Software POV-Ray gerendert wurden.

keinen großen Öffnungswinkel. Die am wenigsten in der Nahbereichsphotogrammetrie eingesetzte Kameraklasse stellen die Katoptriken dar. Sie sind Spiegelsysteme, die das Licht ausschließlich reflektieren und nicht brechen. Sie seien an dieser Stelle der Vollständigkeit halber erwähnt. Für einen tieferen Einblick in Katoptriken sei Kapitel fünf in Hecht (2002) empfohlen. In Abbildung 3.2d ist der Strahlengang exemplarisch für ein System bestehend aus einem großem Hauptspiegel und drei weiteren Sekundärspiegeln dargestellt. Diese Anordnung ermöglicht das Sammeln von Licht, ohne es zu brechen. Dieser vergleichsweise einfache optische Aufbau wird vor allem in Teleskopen eingesetzt.

### 3.2.1. Dioptriken

Optische Systeme, die aus Linsen bestehen, werden als Dioptriken bezeichnet. Diese Klasse umfasst mit lang- bis kurzbrennweitigen Linsensystemen eine große Anzahl an marktüblichen Kamerasystemen. Sie bietet daher ein sehr breites Spektrum von Anwendungsmöglichkeiten. Die Brennweite bestimmt, neben der Größe der Bildfläche, im Wesentlichen den Abbildungsmaßstab und den Öffnungswinkel des Systems. Damit finden solche Systeme sowohl im Fern- als auch Nahbereich Anwendung und bilden damit die am häufigsten verwendeten Klasse. Physikalische Grundlagen und der prinzipielle Aufbau dioptrischer Systeme werden in zahlreichen Fachbüchern umfassend dargelegt. Siehe hierzu Standardwerke wie Born und Wolf (1959) oder auch Hecht (2002). Neben den weitestgehend perspektivisch abbildenden Kamerasystemen zählen Fischaugen-Optiken, oder kurz Fischaugen, zu der Klasse der Dioptriken. Sie bilden eine Teilmenge innerhalb dieser Klasse, die keine perspektivische Abbildung realisieren. In Born und Wolf (1959) wird *Maxwells* Fischaugenabbildung beschrieben. Hiernach war Maxwell (1854) der Erste, der eine „fish-eye“-Optik untersucht hatte. Davon ausgehend wird in der Fachliteratur (*siehe* Born und Wolf (1959)) eine wichtige Eigenschaft der Fischaugen abgeleitet: Fischaugen haben kein einzelnes Projektionszentrum. Vielmehr werden die Positionen der Projektionszentren der jeweiligen Objektstrahlen über eine Kaustik (*siehe* Abschnitt 3.4) beschrieben. Fischaugen und teilweise auch nicht perspektivische Weitwinkeloptiken müssen zwangsweise die Objektstrahlen stark beugen, damit sie auf die räumlich begrenzte Bildfläche abbilden können. Damit können nicht alle Objektpunktstrahlen über ein einziges Projektionszentrum realisiert werden, was in einer Menge von Projektionszentren resultiert (*siehe* Swaminathan und Nayar (2000)). Dabei definieren die Objektpunktstrahlen als Tangenten eine Kaustik. Die koaxiale Ausdehnung der Kaustik ist höchstens so groß wie die Blendenöffnung (*siehe* Sturm u. a. (2011)) und somit im Allgemeinen klein im Vergleich zum Bildmaßstab. Daher kann in vielen Anwendungen, die nicht im extremen Nahbereich arbeiten, die Kaustik durch ein einzelnes Projektionszentrum approximiert werden. Die nachfolgend vorgestellten Abbildungsmodelle der Fischaugen basieren auf dieser weit verbreiteten Vereinfachung. Abbildung 3.3b zeigt schematisch den Abbildungsvorgang einer Fischaugenoptik. Die ungebrochene Fortführung der Objektpunktstrahlen im Objektiv, hier als rote Linien dargestellt, schneiden die optische Achse an verschiedenen Punkten. Diese gedachten geradlinigen Fortführungen formen als Tangenten eine Kaustik, wie in der Abbildung als blaue Kurve symbolisch dargestellt. Durch ein solches Linsensystem können Öffnungswinkel von mehr als  $180^\circ$

### 3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung

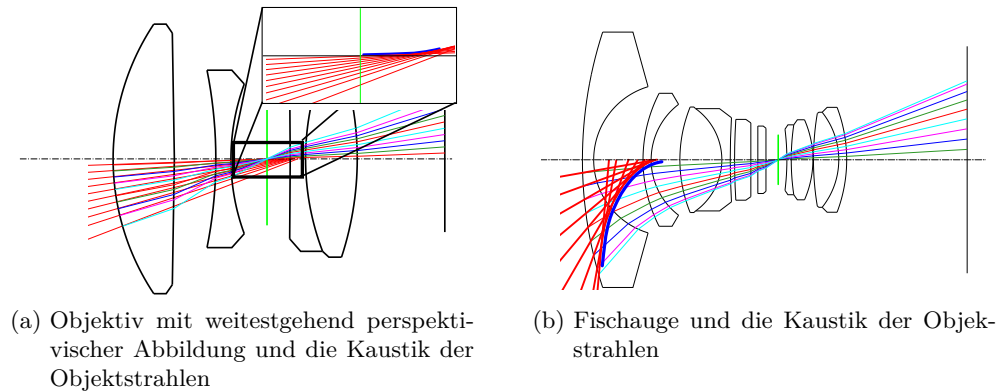


Abbildung 3.3.: Strahlengang und Kaustik bei Dioptriken

realisiert werden. Im Gegensatz dazu ist in Abbildung 3.3a die Kaustik der Objektstrahlen bei einem weitestgehend perspektivisch abbildenden System dargestellt. Hier bildet die Kaustik eine vergleichsweise flache Kurve und ist in ihrer Dimensionalität deutlich kleiner als die Blende. Diese ist in grün dargestellt.

Nach Kumler und Bauer (2000) hat Wood (1911) den Begriff „Fischaugen“ geprägt. Er beschrieb eine Fischaugen-Kamera als eine mit Wasser gefüllte Lochkamera, die so den Blick, wie Fische ihn auf ihre Welt haben, simulieren würde. R. Hill hat 1924 die erste echte Fischaugen-Kamera aus Glaslinsen zur Himmelsbeobachtung gebaut. Bis zu einem gewissen Grad (bzw. Öffnungswinkel) können Weitwinkel und Fischaugen über das perspektivische Modell modelliert werden, wenn dieses um ein radiales Verzeichnungsmodell erweitert wird. Dieser Ansatz wird zum Beispiel in van den Heuvel (1999); Devernay und Faugeras (2001) verfolgt. Zusammenfassend haben Fischaugen für viele Anwendungen recht vorteilhafte Eigenschaften. Allerdings sind sie verhältnismäßig teuer. So kosten zum Beispiel aktuelle Modelle der Firma *Lensation* mehrere tausend Euro. Aus diesem Grund haben die in Abschnitt 3.2.2 vorgestellten Katadioptriken eine wesentlich breitere Verwendung und Aufmerksamkeit bei ähnlichen Abbildungscharakteristika erlangt. Allerdings existieren Unterschiede im Auflösungsvermögen der einzelnen Vertreter der Klasse der Dioptriken.

Als Maß für das Auflösungsvermögen soll die Modulationsübertragungsfunktion (MTF)<sup>2</sup> ausgewählter Kamerasysteme untersucht werden, um die Unterschiede bei der optischen Abbildung zu verdeutlichen. In Abbildung 3.4a ist die MTF für ein perspektivisch abbildendes Kamerasystem dargestellt. Auffällig ist hier der gegensätzliche Verlauf der tangentialen und sagittalen MTF. Insgesamt ändert sich das Auflösungsvermögen über den gesamten Bereich der Abbildung nur geringfügig, von knapp 90% auf rund 73%. Das Auflösungsvermögen eines exemplarisch ausgesuchten Weitwinkel-Kamerasystems ist in Abbildung 3.4b dargestellt. Hier verhalten sich die tangentiale und sagittale MTF

<sup>2</sup>Die MTF ist eine mathematische Funktion, die das Verhältnis von relativem Bild- zu Objektkontrast beschreibt. Hierfür werden Aufnahmen von Linienmustern einer bestimmten Frequenz gemacht, die üblicherweise sagittal, also koaxial zur Bilddiagonalen, oder tangential zur Bilddiagonalen liegen.

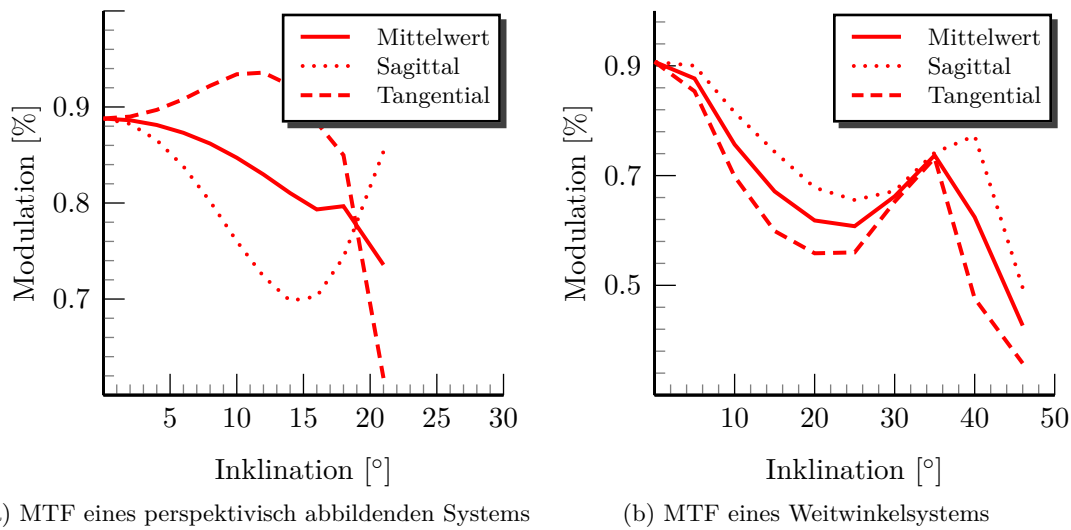


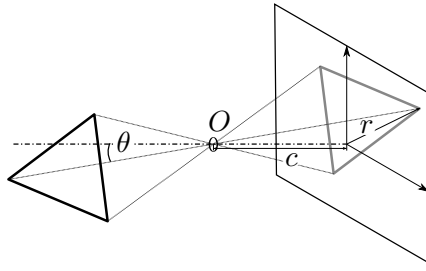
Abbildung 3.4.: Modulationsübertragungsfunktion zweier Dioptriken: 100% entsprechen hier 10 lp/mm. Die Inklination ist der Winkel zwischen Objektstrahl und optischer Achse, also der halbe Öffnungswinkel.

weitestgehend gleich. Auffällig ist das lokale Maximum bei rund 35 ° Inklination. Die Änderung des Auflösungsvermögens ist bei diesem Kamerasystem deutlicher ausgeprägt. So fällt es insgesamt von gut 90% auf 43% im Randbereich. Das dargestellte verminderte Auflösungsvermögen des weitwinkligen Objektives ist häufig dem erweiterten Öffnungswinkel und der aufwändigeren Fertigung geschuldet. In Abbildung 3.10a ist im Vergleich dazu die MTF eines Fischaugensystems dargestellt. Das Auflösungsvermögen fällt im Verlauf des Blickfeldes von rund 100% auf knapp 75%. Das sind lediglich 25% Differenz über den gesamten Abbildungsbereich. Auffällig ist hier, wie in Abbildung 3.4a, der Wechsel der Rangfolge der tangentialen und sagittalen MTF im Randbereich der Abbildung.

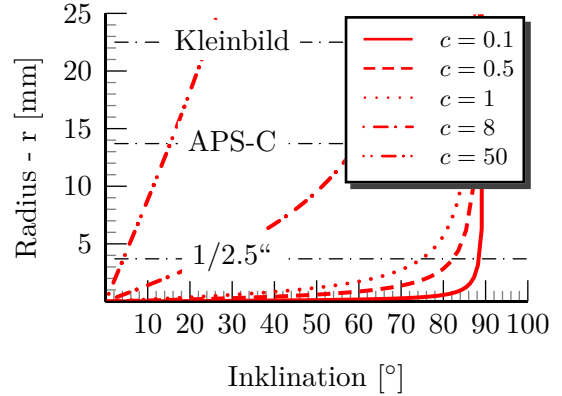
### Perspektivisches Modell

Die perspektivische Abbildung ist die mathematische Realisierung des idealen Lochkameramodells und ist das am häufigsten verwendete Standardabbildungsmodell in der Photogrammetrie und Computer Vision. In Abbildung 3.5a ist der geometrische Zusammenhang dieses Modells schematisch dargestellt. Das Objekt, hier exemplarisch als Dreieck dargestellt, wird auf die in einer Kammer liegende Fläche projiziert. Dabei fällt das Licht ausschließlich durch das Loch (hier als  $O$  gekennzeichnet) der Kammer ein. Die Abbildung erscheint so gespiegelt und seitenverkehrt und entsprechend der Abstände Objekt/Loch und Loch/Projektionsfläche skaliert auf der dem Loch gegenüberliegenden Wand. Der funktionale Zusammenhang zwischen dem Einfallswinkel  $\theta$  und dem Radius  $r$  der bildseitigen Projektion ist über die Funktion des radialen Abstandes  $f_M$  (siehe

### 3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung



(a) Schematischer Aufbau einer Lochkamera



(b) Funktionaler Zusammenhang zwischen Einfallswinkel  $\theta$  und Radius  $r$  der perspektivischen Abbildung in Abhängigkeit von  $c$

Abbildung 3.5.: Lochkameramodell und dessen funktionales Verhalten

Abschnitt 3.1.1) definiert und wird auch als Zentralperspektive bezeichnet:

$$r = f_M(\theta, c) = c \cdot \tan \theta \quad (3.11)$$

Das perspektivische Modell 3.11 impliziert, dass der Azimut des eintreffendes Objektstrahles erhalten bleibt.  $c$  ist die Kamerakonstante. Diese Modellgröße hängt mit der häufig verwendeten Brennweite<sup>3</sup> zusammen und bezeichnet den Abstand zwischen Projektionszentrum  $O$  und der Bildebene entlang der Hauptachse. Die Hauptachse steht orthogonal auf der Bildebene. Das Projektionszentrum entspricht der Position des Loches des Lochkameramodells. Somit schneiden sich alle Objektstrahlen im Projektionszentrum, was eine wichtige Eigenschaft dieses Modells ist. Diese Modell erfüllt das SVC. Eine weitere wichtige Eigenschaft des perspektivischen Modells ist seine Invarianz gegenüber Raumgeraden. Geraden im Raum werden auf Geraden im Bild projiziert. Dieses Verhalten entspricht dem menschlichen Sehen. Der entschiedene Nachteil dieses Modells zeigt sich im Zusammenhang mit großen Öffnungswinkeln. Öffnungswinkel die gegen  $180^\circ$  gehen, können mathematisch und modelltechnisch nicht abgebildet werden. Inklinationen von  $90^\circ$  werden in unendlicher Entfernung zum Hauptpunkt des Bildes projiziert. Die Abbildung 3.5b zeigt das funktionale Verhalten des perspektivischen Modells in Abhängigkeit der Inklination. Die Asymptote bei  $90^\circ$  lässt sich sowohl geometrisch als auch mathematisch begründen. Geometrisch gesehen, müsste  $c$  gegen Null gehen, damit Objekte bei einer Inklination von  $90^\circ$  abgebildet werden können. Mathematisch gesehen, ist der Tangens für  $90^\circ$  nicht definiert und führt zu der dargestellten Asymptote. Aus diesem Verhalten ergibt sich zwangsläufig, dass das perspektivische Abbildungsmodell nicht für große Öffnungswinkel bei gleichzeitig großer Brennweite geeignet ist. Für große Öffnungswinkel steigt der radiale Abstand des projizierten Punktes stark an und würde

<sup>3</sup>Die Brennweite  $f$  entspricht der Kamerakonstanten  $c$  bei Fokussierung im Unendlichen (siehe Kraus (2004))



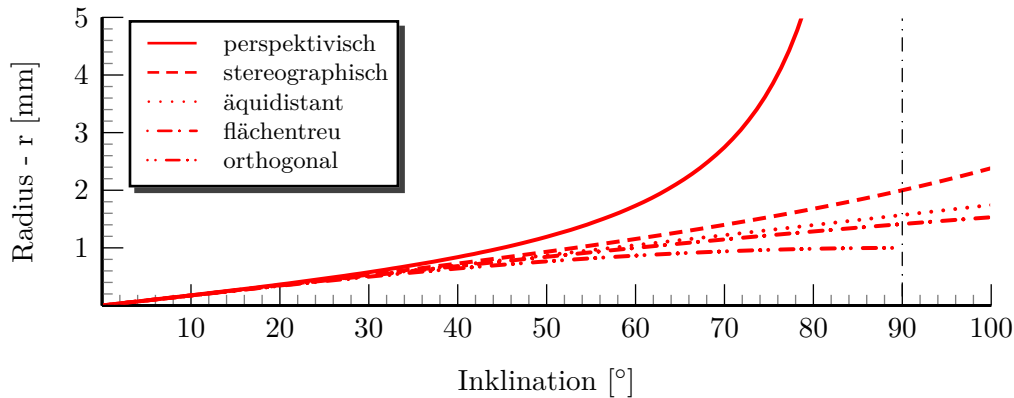


Abbildung 3.6.: Funktionales Verhalten trigonometrischer Modelle

eine Darstellung auf einer begrenzten Bildebene bzw. Sensorfläche unmöglich machen. Um große Öffnungswinkel und dennoch kompakte Kamerasysteme realisieren zu können, bedarf es Optiken, die andere Abbildungsmodelle realisieren. Die prinzipielle Herausforderung besteht dabei darin, die Abbildungsradien großer Einfallswinkel im Vergleich zur perspektivischen Abbildung zu verkleinern und damit auf einer begrenzten Bildfläche abbildbar zu machen. Abbildung 3.5b zeigt zusätzlich typische Sensorradien und Kamerakonstanten.

### Trigonometrische Ein-Parameter-Modelle

Auch wenn die perspektivische Abbildung als das Standardmodell in der Literatur angesehen wird, so gibt es dennoch einige Gründe, die für eine andere trigonometrische Abbildungen als ideale Abbildung in der Computer Vision und Nahbereichsphotogrammetrie sprechen (*siehe* Fleck (1995)). Die perspektivische Abbildung hat sich historisch vor allem durch folgende Gründe in der klassischen Photogrammetrie durchgesetzt. Zum einen entspricht sie am ehesten dem natürlichen menschlichen Sehen und zum anderen wurde im Wesentlichen nicht mit großen Öffnungswinkeln im Abbildungsnahbereich gearbeitet. Weitwinkeloptiken mit Öffnungswinkeln von über  $180^\circ$  werden zunehmend interessant, wenn es um robuste Selbstortung und Navigation in der Robotik oder großflächige Erfassung von Objekten geht, wie z.B. in der Verkehrslageerfassung. Hier ist das perspektivische Modell nicht mehr geeignet, die tatsächliche Abbildungsgeometrie akkurat zu modellieren. Insbesondere können über dieses Modell keine Fischaugen oder besonders weitwinklige Kamerasysteme modelliert werden. Die Anwendung nicht perspektivischer Abbildungsmodelle erfordert die Definition einer entsprechenden radialen Abstandsfunktion  $f_M$ . Im Folgenden werden einige häufig verwendete Abbildungsmodelle für Fischaugen und ihre Unterschiede zu dem perspektivischen Modell vorgestellt:

**Stereographisch** (engl. *stereographic*) Diese Abbildung ist eine winkeltreue Abbildung, die Schnittwinkeln gegenüber invariant ist, das heißt, Proportionen und lokale Symmetrien bleiben erhalten (*siehe* Miyamoto (1964); Fleck (1995)). Kleine Kreise im Objektraum werden auf Kreise im Bildraum abgebildet. Zusätzlich verhält sich

### 3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung

diese Projektion lokal weitestgehend wie eine Zentralperspektive. Die Geradeninvarianz der Perspektive gilt nicht bei der stereographischen Abbildung. Dennoch gibt es eine obere Schranke für die Krümmung von Objektgeraden. Es sind bisher keine Optiken mit einer solchen Projektion entwickelt worden (Wikipedia (2011)). Theoretisch sind Öffnungswinkel bis zu  $360^\circ$  möglich. Die radiale Abstandsfunktion wird wie folgt definiert:

$$r = 2c \cdot \tan \frac{\theta}{2} \quad (3.12)$$

**Äquidistant** (engl. *equiangular*) Diese Abbildung entspricht den meisten Fischaugen (Sturm u. a. (2011)). Sie ist gegenüber der Winkellage invariant. Daher eignet sie sich für Winkelmessungen in Sternkarten (Miyamoto (1964)). Ferner bleibt die Winkelfläche lokal weitestgehend erhalten. Es sind Öffnungswinkel bis zu  $360^\circ$  möglich. Dieser Typ wird über folgende Funktion modelliert:

$$r = c\theta \quad (3.13)$$

Dieses Abbildungsmodell wird zum Beispiel bei dem Objektiv „Canon FD 1:5,6 / 7,5 mm“ realisiert (*siehe* Wikipedia (2011)). Nach Schneider u. a. (2009) folgen zirkulare Fischaugen im Wesentlichen dem äquidistanten Modell, während diagonale Fischaugen hauptsächlich dem flächentreuen Modell entsprechen.

**Flächentreu** (engl. *equisolid-angle*) Bei dieser Abbildung ist die Fläche eines Objektbildes proportional zum Raumwinkel des Objektes. Das ermöglicht die korrekte Bestimmung von Flächen im Bild, woraus sich z.B. der Grad der Bedeckung ableiten lässt (Miyamoto (1964)). Ferner bleibt die Winkellage lokal weitestgehend erhalten. Es sind Öffnungswinkel von  $360^\circ$  möglich. Dieser Typ hat sich bei den meisten Vollformat-Fischaugen-Optiken durchgesetzt und wird über folgenden mathematischen Zusammenhang modelliert:

$$r = 2c \cdot \sin \frac{\theta}{2} \quad (3.14)$$

Dieser Abbildungstyp ist zum Beispiel bei den Objektiven „Peleng 8mm f/3.5 Fish-eye“ und „Sigma 8mm F 3.5 EX DG Zirkular Fisheye“ realisiert.

**Orthogonal** (engl. *sine law*) Diese Abbildung ist auf einen Öffnungswinkel von maximal  $180^\circ$  beschränkt, da sie nur in diesem Bereich eindeutig definiert ist. Sie wird selten verwendet, da sie stark verzerrt und optomechanisch nur aufwendig durch asphärische Linsen zu realisieren ist. Sie ist weder winkel- noch flächentreu. Die Abbildung wird häufig verwendet, um Raumkörper, wie aus großer Entfernung gesehen, abzubilden (z.B. in der Astronomie). Die Modellgleichung lautet:

$$r = c \cdot \sin \theta \quad (3.15)$$

Dieses Abbildungsmodell ist bei dem Objektiv „Nikon Fish-eye NIKKOR 1:5,6/10 mm“ realisiert worden (*siehe* Wikipedia (2011)).

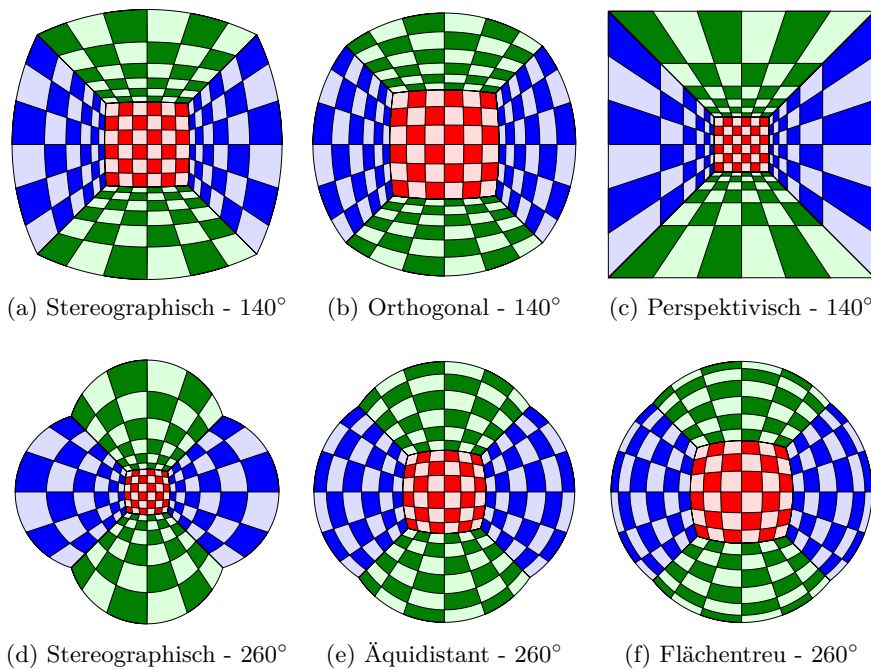
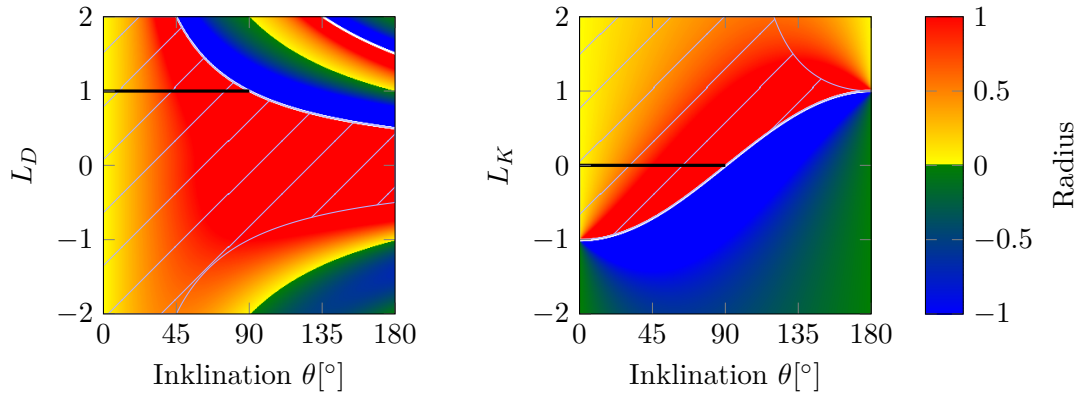


Abbildung 3.7.: Abbildungsverhalten trigonometrischer Modelle bei verschiedenen Öffnungswinkeln

Abbildung 3.6 zeigt den funktionalen Zusammenhang zwischen dem Einfallswinkel  $\theta$  und dem radialen Abstand  $r$  bezogen auf die jeweiligen Abbildungsmodelle (3.11), (3.12), (3.13), (3.14) und (3.15). Es wird ersichtlich, dass das perspektivische Modell bereits ab ca.  $60^\circ$  nicht mehr zur Systemmodellierung geeignet ist, da die notwendige Bildfläche mit steigendem Öffnungswinkel stark zunimmt. Das orthogonale Modell ist nur bis  $90^\circ$  verwendbar, da es ab  $90^\circ$  nicht mehr eindeutig invertierbar ist. Besonders das äquidistante und das flächentreue Abbildungsmodell sind gut geeignet, um Fischaugen zu modellieren, da hier eine lineare, bzw. nahezu lineare, Abhängigkeit über einen Öffnungswinkel von  $180^\circ$  hinaus gegeben ist. In Abbildung 3.7 ist das Abbildungsverhalten der oben vorgestellten Abbildungsmodelle anschaulich dargestellt. Es wird ersichtlich, dass sich insbesondere das perspektivische Modell (Abb. 3.7c) von den anderen dargestellten Modellen unterscheidet. Bei dem hier aus Darstellungsgründen gewählten Öffnungswinkel von  $140^\circ$  zeigt sich das charakteristische Verhalten des perspektivischen Modells. Gerade Linien bleiben über das gesamte Bild erhalten, was zu der dargestellten klassisch perspektivischen Abbildung führt. Bei den anderen Projektionen bleiben gerade Linien nicht erhalten und bilden eine kissenartige Abbildung. Die Abbildungen 3.7d-3.7f zeigen das theoretische Abbildungsvermögen dieser Modelle bis hin zu  $260^\circ$  Öffnungswinkel.

### 3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung



(a) Gennery-Modell - dioptrische Systeme

(b) Kugelmodell - katadioptrische Systeme

Abbildung 3.8.: Darstellung Parameterraum der Klassenmodelle; Gestreifte Fläche markiert gültigen Definitionsbereich; Schwarze Linie repräsentiert das perspektivische Modell

#### Weitere parametrische Modelle

Das von vielen Autoren als ideales Fischaugenmodell bezeichnete äquidistante Modell kann als Sonderfall des allgemeinen Fischaugenmodells für  $\beta \rightarrow 0$ , wie in Kumler und Bauer (2000) vorgeschlagen, betrachtet werden:

$$r = c \sin(\beta\theta) \quad (3.16)$$

Eine weiterführende Generalisierung wird in Gennery (2002) vorgeschlagen. Hier werden sämtliche vorgestellte trigonometrische Modelle 3.11, 3.12, 3.13, 3.14 und 3.15 über einen einzigen Parameter  $L$  zusammengefasst:

$$r = c \frac{\sin(L\theta)}{L \cos(\max(0, L\theta))} \quad (3.17)$$

Der Parameter  $L$  bestimmt die Äquivalenz zu einem spezifischen Modell. So erzeugt  $L = 1$  die perspektivische Projektion 3.11,  $L = \frac{1}{2}$  die stereographische Projektion 3.12,  $L = 0$  die äquidistante Projektion 3.13,  $L = -\frac{1}{2}$  die flächentreue Projektion 3.14 und  $L = -1$  die orthogonale Projektion 3.15. Andere Werte erzeugen Zwischenformen der spezifischen Modelle. Abbildung 3.8a stellt den Parameterraum des Gennery-Modells dar. Die Farben repräsentieren entsprechend der Legende die Modellradien. Gemäß der Definition der allgemeinen parametrischen Modellierung aus Abschnitt 3.1.1 gibt es ungültige Bereiche in diesem Parameterraum. Zum einen sind negative Radien unzulässig, wie sie in der Abbildung blau und grün gekennzeichnet sind. Zum anderen stellt die Asymptote(n) (als weiße Linie gekennzeichnet) oben rechts eine weitere Schranke dar. Weiterhin verhält sich das Modell für  $-2 \leq L \leq -\frac{1}{2}$  nicht monoton über  $\theta$  und der gültige Wertebereich für  $\theta$  und  $L$  für das Gennery-Modell ist entsprechend begrenzt.

Somit ist das Modell nur für  $-\frac{1}{2} \leq L \leq \frac{1}{2}$  über den vollen Inklinationsbereich gültig, also für die Entsprechung des flächentreuen über das äquidistante bis zum stereographischen Modell. Die schwarze Linie in der Abbildung repräsentiert den Definitionsbereich des perspektivischen Modells. Es lassen sich die Radien als Funktion der Inklination  $\theta$  ablesen.

Gennery (2002) modelliert zusätzlich das vom Einfallswinkel abhängige Projektionszentrum eines Fischauges (Kaustik) und nennt es *moving entrance pupil*. Dieses Abbildungsmodell bietet zwei grundlegende Vorteile. Zum einen entfällt die Auswahl eines konkreten Modells, was die Kalibrierung eines in seinem optischen Aufbau unbekannten Kamerasystems erheblich vereinfacht. Zum anderen existieren Kamerasysteme, die bauartbedingt von den bekannten und oben genannten Modellen in ihrer Abbildung abweichen. Allerdings ist die Gleichung (3.17) nicht für Optimierungsaufgaben mit numerischer Differentiation geeignet. Für  $L = 0$  können keine geeigneten Differenzenquotienten mehr angegeben werden, da sie gleich Null sind. Gleichung (3.17) lässt sich zur Behandlung von  $L = 0$  wie folgt umformen:

$$r = c \cdot \begin{cases} \frac{\sin L\theta}{L} & L < 0 \\ \theta & L = 0 \\ \frac{\tan L\theta}{L} & L > 0 \end{cases}$$

Shah und Aggarwal (1996) verwenden folgendes Polynom zur allgemeinen Modellierung eines Fischauges:

$$\theta' = a\theta + b\theta^2 + c\theta^3 + d\theta^4 + e\theta^5 \quad (3.18)$$

Dabei ist  $\theta'$  der korrigierte Einfallswinkel im Sinne des perspektivischen Modells. In Bakstein und Pajdla (2002) wird folgendes Modell verwendet, welches die oben vorgestellten trigonometrischen Modelle über eine Linearkombination zusammenfasst:

$$r = a \tan \frac{\theta}{b} + c \sin \frac{\theta}{d} \quad (3.19)$$

Es besitzt ein ähnliches Modellvermögen wie das Modell 3.17, nutzt allerdings drei Parameter und kann das äquidistante Modell nur approximieren. Devernay und Faugeras (2001) schlagen das  $\text{FOV}(\omega)$ -Modell zur Modellierung von Fischaugen vor, geben aber an, dass dieses 1-Parametermodell in der Regel durch ein radiales Verzeichnungsmodell ergänzt werden muss. Das Modell und seine Invertierung sind wie folgt definiert:

$$r_d = \frac{1}{\omega} \arctan \left( 2r_u \tan \frac{\omega}{2} \right) \quad (3.20)$$

$$r_u = \frac{\tan(r_d \omega)}{2 \tan \frac{\omega}{2}} \quad (3.21)$$

Hier steht  $r_d$  für den unkorrigierten Radius (*siehe* Abschnitt 3.5), wie er bei der Anwendung der perspektivischen Projektion entstehen würde.  $r_u$  ist der unverzeichnete Radius. Diese Art der Modellierung interpretiert die Fischaugenabbildung als Abweichung von

### 3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung

der Perspektive und hat den entscheidenden Nachteil, dass keine Einfallswinkel größer  $90^\circ$  modelliert werden können. Basu und Licardie (1995) schlagen das Polynommodell 3.18 und ein logarithmisches Modell für die Modellierung eines Fischeauges vor. Sie schlussfolgern in ihrer Arbeit, dass das logarithmische Modell F(ish)E(ye)T(transform), im Gegensatz zum Polynommodell, nicht gut geeignet ist, um Fischeaugen zu modellieren. Der Ansatz ist insgesamt, wie schon das FOV-Modell, als Verzeichnungskorrektur implementiert. Allerdings wird hier der funktionale Zusammenhang zwischen den Radien wie folgt beschrieben:

$$r_{\text{fisch}} = f(r_{\text{perspektiv}}) \quad (3.22)$$

Ying und Hu (2004a) erweitern den Ansatz nach Geyer und Daniilidis (2000, 2001a) auf Fischeaugen. Sie zeigen, dass das Kugelmodell (*siehe* 3.2.2) sich auch auf einige Fischeaugen anwenden lässt, die weitestgehend über einen *Single Viewpoint* approximiert werden können. Ferner lassen sich Fischeaugenprojektionen in eine katadioptrische Projektion und andersherum transformieren. Das Modell soll eine ähnliche Genauigkeit wie die Modelle in Swaminathan und Nayar (2000), Shah und Aggarwal (1996), Xiong und Turkowski (1997), Kang (2000b) oder Devernay und Faugeras (2001) bei den jeweiligen Daten aufweisen. Auch Courbon u. a. (2007) verwenden das Kugelmodell zur Modellierung von Fischeaugen. In Micusik und Pajdla (2003) wird eine Erweiterung des *division model* (*siehe* Abschnitt 3.3.2) verwendet, um Fischeaugen zu modellieren und zu kalibrieren. Grundsätzlich gibt es zwei Arten der Fischeaugenmodellierung (*siehe* Courbon u. a. (2007)):

- Mapping zwischen Perspektivpunkt und Fischeaugenpunkt: Wird von Fitzgibbon (2001) für das *division model*, von Shah und Aggarwal (1996) für das *polynomielle Modell*, von Basu und Licardie (1995) für das *logarithmische Modell* und von Hartley und Saxena (1997); Claus und Fitzgibbon (2005b); Li und Hartley (2005) für die *rationale Funktion* benutzt. Die Ergebnisse von Li und Hartley (2005); Courbon u. a. (2007) deuten darauf hin, dass das Polynommodell nicht gut für Fischeaugen geeignet ist und viele Parameter benötigt werden. Dies steht im Gegensatz zu den in dieser Arbeit erzielten Ergebnissen.  
Dieser Ansatz hat den Nachteil, dass keine Kamerasysteme mit Öffnungswinkeln über  $180^\circ$  modelliert werden können, da zunächst perspektivisch abgebildet wird.
- Mapping zwischen Fischeaugenpunkt und Eintrittswinkel: Wird von Fleck (1995) für das stereographische Modell, von Xiong und Turkowski (1997) für das Polynomialmodell, von Miyamoto (1964) für das Äquidistanzmodell und von Micusik und Pajdla (2003) für das Rationalmodell verwendet.

Es existieren eine Reihe weitere Modellierungen für dioptrische Fischeaugen-Systeme (*siehe* Shah und Aggarwal (1996); Xiong und Turkowski (1997); Kang (2000b) sowie Swaminathan und Nayar (2000); Devernay und Faugeras (2001); Fitzgibbon (2001); Bakstein und Pajdla (2002)). Für Fischeaugen-Kamerasysteme hat sich kein einheitliches Modell durchsetzen können. Vielmehr existieren ein ganze Reihe von spezifischen und verallgemeinernden Modellen, wie oben dargestellt. Im Allgemeinen können hier zwei verschiedene Ansätze identifiziert werden. Zum einen ein durch ein Verzeichnungsmodell

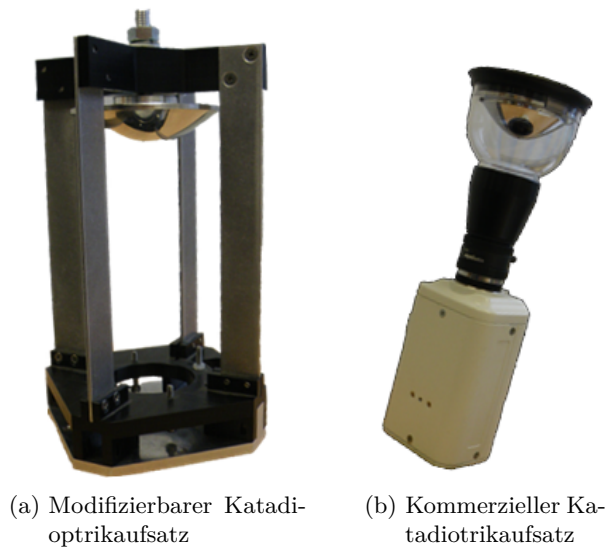


Abbildung 3.9.: Katadioptriken

erweitertes Perspektivmodell, also eine Transformation zwischen zwei Punkten und zum anderen eine direkte Transformation zwischen dem Eintrittswinkel und dem Bildpunkt, wie sie auch in dieser Arbeit verwendet wird.

### 3.2.2. Katadioptriken

Katadioptriken sind nach Hecht (2002) ein abbildendes System aus einer Kombination von Spiegeln und Linsen. In der Regel bestehen die Kamerasysteme dieser Klasse aus einem Spiegel in Form eines rotierten Kegelschnittes und einem dioptrischen Kamerasystem, welches die Spiegelfläche auf die Bildfläche abbildet. Zahlreiche Autoren haben insbesondere Ende der 90er Jahre Arbeiten zu solchen Kamerasystemen veröffentlicht (*siehe* Nayar (1997); Nayar und Baker (1997); Baker und Nayar (1999); Geyer und Daniilidis (1999); Kang (2000a); Barreto und Araujo (2001); Geyer und Daniilidis (2001a,b)). Hier wurde die Grundlage für die erfolgreiche Verwendung solcher Systeme im Bereich der Photogrammetrie und Computer Vision gelegt. In Abbildung 3.9 sind zwei der in dieser Arbeit untersuchten Katadioptriken dargestellt. Sie unterscheiden sich in der Form des Spiegels (verschieden exzentrische Hyperbole) sowie in der Art der Fixierung des Spiegels. Die rechte Variante in Abbildung 3.9b hat den Vorteil, dass die Halterungen nicht mit abgebildet werden. Nachteilig ist der zusätzliche Medienübergang, der potentiell Einfluss auf den Abbildungsvorgang hat. In diesem Zusammenhang entsteht ein weiterer interessanter Punkt hinsichtlich der Modellierung. Insbesondere bei der linken Selbstbauvariante in Abbildung 3.9a ist davon auszugehen, dass die Rotationsachse des Spiegels und die optische Achse der Kamera nicht coaxial ausgerichtet werden konnten. Damit entspricht dieses System nicht exakt dem SVC, bildet also kein einzelnes Projektionszentrum aus. Der Einfluss dieser Eigenschaften auf die Genauigkeit

### 3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung

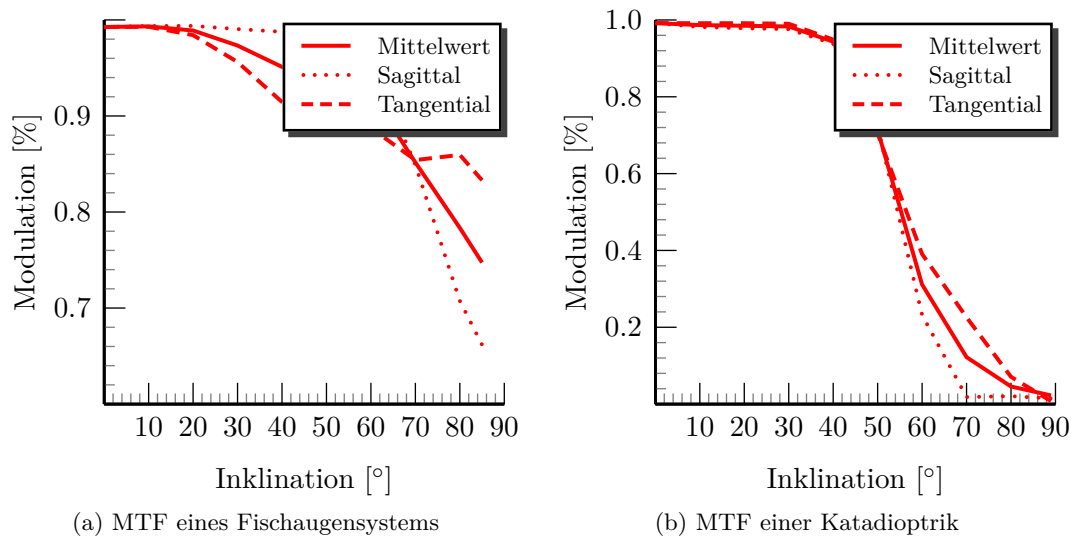


Abbildung 3.10.: MTF omnidirektionaler Kamerasysteme: 100% entsprechen 10 lp/mm

der Modellierung lässt sich so gut nachvollziehen, wie in Abschnitt 3.4 vorgestellt wird.

Kang (2000a) gibt eine Projektionsgleichung für Katadioptriken mit parabolischem Spiegel und orthographischer Kamera an. Die Form des Spiegels kann z.B. über die Verfahren in Barreto und Araujo (2001) bestimmt werden. Es existieren nicht nur Katadioptriken mit einem einzigen Spiegel, sondern auch solche mit mehreren Spiegeln. In Nayar und Peri (2001) werden Mehrspiegel-Systeme vorgestellt, und es wird gezeigt, dass sie jeweils ein Äquivalent mit nur einem Spiegel besitzen, sofern diese dem SVC genügen. In Abbildung 3.10b ist die MTF einer Katadioptrik dargestellt. Das Auflösungsvermögen bleibt bis rund 40° Inklination auf vergleichsweise hohem Niveau, fällt dann aber bis 65° auf rund 20% stark ab. Im Randbereich sinkt das Auflösungsvermögen dann fast bis auf Null ab. Dieser starke Auflösungsverlust kann gegebenenfalls ein entscheidender Nachteil von Katadioptriken sein. Typischerweise unterliegen Fischaugen diesem Effekt nicht in solch hohem Maße (*siehe* Sturm u. a. (2011)). Dies ist auch aus Abbildung 3.10a durch den Vergleich der MTF ersichtlich. Zur Vertiefung und für einen guten und nahezu umfassenden Überblick über katadioptrische (Stereo-)Systeme sei Sturm u. a. (2011) empfohlen. In Abbildung 3.11 sind die MTF der zuvor untersuchten Kamerasysteme in einer gemeinsamen Abbildung dargestellt. Hier ist das relative Auflösungsvermögen über die relativen maximalen Öffnungswinkel abgetragen, um die MTF vergleichbar zu machen. Besonders die hohe Varianz des Auflösungsvermögens der Katadioptriken im Vergleich zu den anderen Kamerasystemen ist auffällig. Der potentiell größere Fehler bei Katadioptriken wird u.a. durch die durch den Spiegel erzeugte verminderte Auflösung insbesondere im Randbereich verursacht (Perwass und Sommer (2006)). Bei der Konstruktion hyperbolischer oder elliptischer Katadioptriken muss das Projektionszentrum der perspektivischen Kamera im zweiten Fokuspunkt der Quadrik als Modell des Spiegels liegen, um einen *Single Viewpoint* zu erzeugen. Das ist in der Realität schwierig



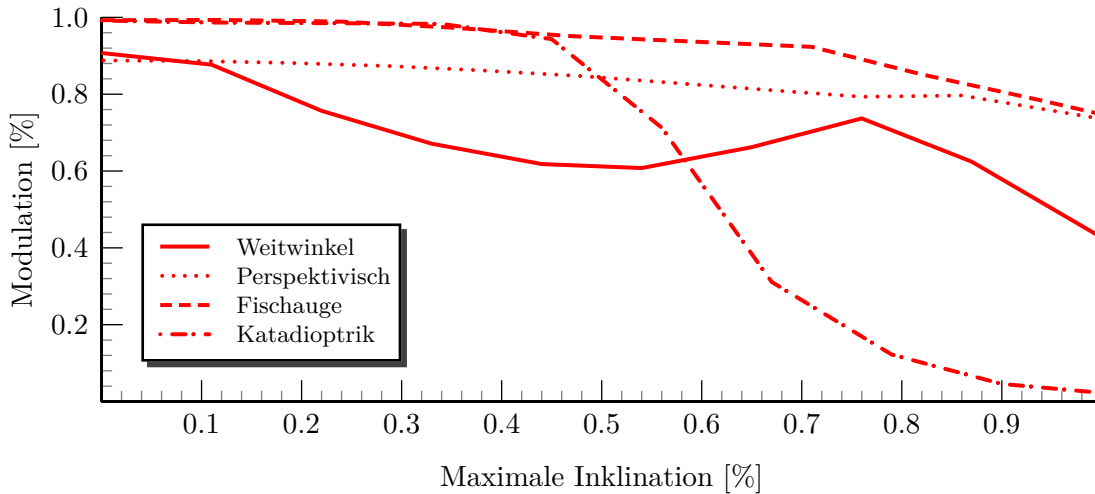


Abbildung 3.11.: Vergleich Modulationsübertragungsfunktion: 100% entsprechen 10 lp/mm

zu gewährleisten. Bei parabolischen Katadioptriken gibt es diese Beschränkung nicht. Dafür braucht man eine komplexere orthographische Linse, um einen *Single Viewpoint* zu realisieren. Abschließend seien als weiterführende Literatur für zentrale Katadioptriken folgende Veröffentlichungen genannt: Swaminathan und Nayar (2000); Derrien und Konolige (2000); Strelow u. a. (2001); Grossberg und Nayar (2001) sowie Sturm und Ramalingam (2003); Swaminathan u. a. (2006). Neben perspektivischen Kameras sind Katadioptriken die am besten untersuchten Kamerasysteme in der Literatur. Wie bei den Dioptriken ist auch hier die wichtige Eigenschaft eines solchen Abbildungssystems, neben dem potentiell großen Blickfeld, ob das SVC erfüllt wird oder nicht. Nayar und Baker (1997); Baker und Nayar (1999) formalisieren die komplette Klasse der Katadioptriken mit *Single Viewpoint*, die aus einem Spiegel und einer Linse bestehen, was der klassische Aufbau eines solchen Systems ist. Im Folgenden wird solch ein System als Zentralkatadioptrisches System (ZKS) bezeichnet. Diese Formalisierung ist die Grundlage vieler weiterer Arbeiten zur Modellierung und Kalibrierung von Spiegellinsensystemen und soll daher nachfolgend kurz vorgestellt werden.

### Spezifische Modellierung zentraler Katadioptriken

In Abbildung 3.12 ist der Abbildungsvorgang der ZKS schematisch dargestellt. Dabei liegt der Ursprung des Koordinatensystems im Blickpunkt  $V$  des Kamerasystems. Das Projektionszentrum  $O$  liegt im Abstand  $c$  auf der optischen Achse von  $V$ . Die optische Achse bildet dabei die rotationssymmetrische Achse der Spiegelfläche  $S$  und ist orthogonal zur Bildebene  $\Pi$ . Aus dem Eintreffwinkel des Objektstrahls  $\theta$  und dem Winkel des reflektierten Strahls  $\beta$  mit der Oberflächennormalen lässt sich nach Umformung folgendes 2-Parameter-Modell für ein allgemeines ZKS herleiten (vgl. Abbildung 3.12)

### 3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung

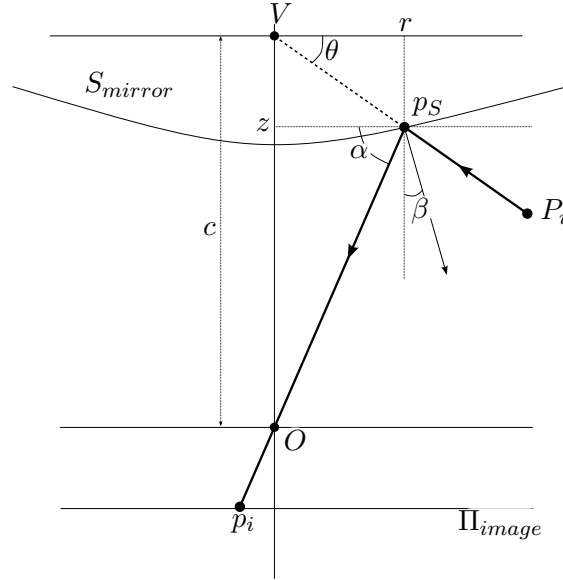


Abbildung 3.12.: Geometrischer Abbildungsvorgang einer zentralen Katadioptrik

(Baker und Nayar (1999)):

$$\begin{aligned} \left(z - \frac{c}{2}\right)^2 - r^2 \left(\frac{k}{2} - 1\right) &= \frac{c^2}{4} \frac{k-2}{k} & (k \geq 2) \\ \left(z - \frac{c}{2}\right)^2 + r^2 \left(1 + \frac{c^2}{2k}\right) &= \frac{2k+c^2}{4} & (k > 0) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Über Formel (3.23) sind Katadioptriken mit planarem ( $k = 2, c > 0$ ), kegelförmigem ( $k \geq 2, c = 0$ ), kugelförmigem ( $k > 0, c = 0$ ), elliptischem ( $k > 0, c > 0$ ), hyperbolischem ( $k > 2, c > 0$ ) und parabolischem ( $c \rightarrow \infty, k \rightarrow \infty, \frac{c}{k} \rightarrow \text{const.}$ ) Spiegel modellierbar. Es ist festzustellen, dass die perspektivische Projektion einer Projektion mit planarem Spiegel entspricht, bei der der Viewpoint  $V$  und das Projektionszentrum  $O$  zusammenfallen. Allerdings bilden nicht alle oben genannten Spiegelformen einen *Single Viewpoint* oder erweitern das perspektivisch mögliche Blickfeld. Im Fall des kegelförmigen Spiegels besitzt das System mehrere Viewpoints, die kreisförmig angeordnet sind (kreisförmige Kaustik). Ausschließlich elliptische, parabolische und hyperbolische Spiegel haben einen *Single Viewpoint*. Die Form des Spiegel bestimmt ferner die ortsabhängige Auflösung auf der Bildebene (*siehe* Baker und Nayar (1999)). Die geometrische Auflösung nimmt mit dem Radius  $r$  zu. Auch kommt es zu einer charakteristischen Unschärfe im Bildbereich, die zum einen durch die endliche Blendenöffnung und zum anderen durch die Spiegelform bedingt ist. Dieses Modell der ZKS bildet Raumgeraden auf Kurven im Bildraum ab (*siehe* Nayar (1997); Nayar und Baker (1997)). Parallel zu dem mit (3.23) definierten Katadioptrikmodell wurde in Svoboda u. a. (1997, 1998) ein weiteres Vier-Parametermodell für Spiegellinsensysteme mit hyperbolischem oder parabolischem Spiegel vorgestellt. Bei diesem Modell beschreiben die Parameter  $a$  und  $b$  die Form und zwei

weitere Parameter die Lage des Spiegels:

$$\frac{\left(z + \sqrt{a^2 + b^2}\right)^2}{a^2} - \frac{x^2 + y^2}{b^2} = 1 \quad (3.24)$$

Das Gesamtmodell  $\mathcal{F}^\pm$  lautet mit  $e = \sqrt{a^2 + b^2}$  und  $\mathbf{X}$  als Objektkoordinaten im Spiegelkoordinatensystem:

$$\mathcal{F}^\pm(\mathbf{X}) = \frac{b^2(\pm eZ + a\|\mathbf{X}\|)}{b^2Z^2 - a^2X^2 - a^2Y^2} \quad (3.25)$$

Dabei steht das Modell  $\mathcal{F}^-$  für den Rückwärtsschnitt und das Modell  $\mathcal{F}^+$  für den Vorwärtsschnitt. Die Autoren zeigen, dass sich katadioptrische Projektionen in zwei perspektivische Projektionen zerlegen lassen. Damit lässt sich auch bei Katadioptriken die klassische Epipolargeometrie herstellen. Ferner wird gezeigt, dass Raumgeraden auf Kegelschnitte im Bildraum abgebildet werden. Dies lässt sich zum einen für die metrische Kalibrierung einer Katadioptrik verwenden. Zum anderen werden Epipolarlinien auf Kegelschnitte in den jeweils anderen Bildern abgebildet. Toepfer und Ehlgen (2007) zeigen die Äquivalenz des Modells (3.25) und dem Modell (3.23), wenn Modell (3.25) eine koaxiale Kegelschnittachse in Bezug auf die Hauptachse besitzt. Geyer und Daniilidis (2000, 2001a) und Barreto und Araujo (2001) haben einen ähnlichen Ansatz zur einheitlichen Modellierung der Klasse der zentralen Katadioptriken. Auch hier wird die Gesamtprojektion in zwei Einzelprojektionen zerlegt. Objektstrahlen werden zunächst auf eine Einheitskugel projiziert und anschließend perspektivisch auf die Bildebene projiziert. Dabei ist das Projektionszentrum koaxial zum Fokuspunkt des Spiegels. Die Autoren führen den formalen Beweis, dass dieses Modell äquivalent zu dem Projektionsmodell für zentrale Katadioptriken aus Baker und Nayar (1999) ist. Strelow u. a. (2001) stellen ein Modell für nicht zentrale Katadioptriken vor. Dieses ist ähnlich dem Modell nach Micusik (2004); Micusik und Pajdla (2006). Hier wird die Position und Lage des Spiegels in Bezug zur Bildfläche über fünf Parameter modelliert. Scaramuzza u. a. (2006) modellieren omnidirektionale Kamerasysteme über ein Polynommodell. Auch Lei u. a. (2009) greifen diesen polynomiellen Modellansatz auf und geben eine gute Literaturübersicht zum Thema Kalibrierung omnidirektionaler Kamerasysteme. Ein Modell für nicht zentrale Katadioptriken ist auch in Lopez-Nicolas und Sagues (2010) für einen konischen Spiegel gegeben. Der Vorteil von konischen Spiegelsystemen ist ihre höhere Auflösung im Randbereich und ihre potentiell geringere Verzeichnung.

### Kugelmodell der Katadioptriken

Die Grundidee des Kugelmodells, die 2-Schritt-Projektion über eine Kugel, wird in seinen Grundzügen schon in Fleck (1995) und Stevenson und Fleck (1995) eingeführt. Allerdings werden hier noch nicht zwei Projektionszentren unterschieden. Diese Idee weiterführend schlagen Johnson u. a. (1998) und Smith u. a. (1999) eine Zwei-Schritt-Projektion für Weitwinkel-Kamerasysteme vor, bei der die Einheitskugel durch eine allgemeine Quadrik ersetzt wird. Anschließend wird perspektivisch auf eine Bildebene projiziert. Geyer und Daniilidis (2001a) stellen ein analytisches Modell für die Klasse der ZKS vor. Nach

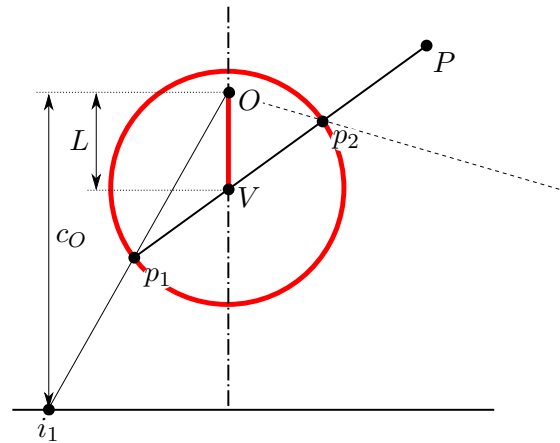


Abbildung 3.13.: Kugelmodell

diesem generischen Modell können alle ZKS über eine Projektion auf eine Einheitskugel und anschließender perspektivischer Projektion beschrieben werden. Raumgeraden bilden auf Ellipsen auf der Kugel ab, die wiederum auf Kegelschnitte im Bildraum projiziert werden. Diese Erkenntnisse werden praktisch bei einer Kalibrierung einer Katadioptrik mit Hilfe zweier Linien angewendet. Es können der Hauptpunkt, die effektive Brennweite und die Exzentrizität des Spiegels bestimmt werden. Eine Eigenschaft dieses Modells ist es, dass mathematisch zwei Projektionen für jeden 3D-Punkt entstehen. In der Regel entspricht aber nur eine dieser beiden Projektionen der Realität, während die zweite Projektion auf einen imaginären Punkt abbildet. Toepfer und Ehlgen (2007) geben eine weitere Herleitung des Kugelmodells über eine Umformung der Gleichungen für para- und hyperbolische Projektion an. Das Kugelmodell hat sich als einheitliches Modell für Zentralkatadioptrische Systeme (ZKS) durchgesetzt (siehe Ying und Hu (2004a); Mei u. a. (2006)). In Perwass und Sommer (2006) wird das Kugelmodell als *inversion camera model* hergeleitet und die Äquivalenz zum *division model* gezeigt (wie auch schon in Ying und Hu (2004a)). Barreto und Daniilidis (2004b) und Barreto (2006) ergänzen das Kugelmodell um das *division model* (siehe Abschnitt 3.3.2) als Verzeichnungsmodell, um zusätzliche Dioptriken zu modellieren. Weiter linearisieren sie ihr Modell, indem sie es in einen fünfdimensionalen Raum transformieren. Dadurch lässt sich die Geometrie des SVC besser untersuchen. In Mei u. a. (2006) wird das Kugelmodell verwendet, um die Bewegung eines Roboters zu verfolgen. Ying und Hu (2004a) zeigen, dass das Modell nach Geyer und Daniilidis (2001a) äquivalent zum Quadrik-Modell nach Smith u. a. (1999) ist. Ferner gelten somit formal die Äquivalenzen zwischen den folgenden Modellen: Quadrik-Projektion, Modell ZKS, Kugelmodell und Quadrik in Kombination mit anschließender orthographischer Projektion. Damit ist das Kugelmodell geeignet, um zusätzlich auch Weitwinkeloptiken, wie Fischaugen, modellieren zu können. Ying und Hu (2004a) zeigen, dass der Modellparameter bei Fischaugen größer Eins wird. Mei und Rives (2007) ergänzen das Kugelmodell um eine zusätzliche polynomielle Modellierung der Verzeichnung und zeigen, dass das Kugelmodell für Para-Katadioptriken ( $L = 1$ )

dem *division model* 1ten (3.29) Grades entspricht.

In Abbildung 3.13 ist das Kugelmodell schematisch dargestellt. Objektpunkt  $P$  wird auf eine Einheitskugel projiziert, die um den Abstand  $L$  vom Projektionszentrum  $O$  orthogonal zur Bildebene verschoben ist. Es entstehen zwei Punkte  $p_1$  und  $p_2$ . Diese werden wiederum über eine perspektivische Projektion auf die beiden Punkte  $i_1$  und  $i_2$  der Bildebene projiziert. Nur einer der beiden Punkte ist physikalisch korrekt. Die Formel für das Kugelmodell lautet (nach Ying und Hu (2004a)):

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{c}{\pm L \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} + Z} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Bei  $L = 0$  liegt eine Perspektive, bei  $0 < L < 1$  liegt eine Hyper-Katadioptrik, bei  $L = 1$  liegt eine Para-Katadioptrik (Parabolischer Spiegel und orthographische Kamera) (vgl. Puig u. a. (2011)) vor, und bei  $L > 1$  handelt es sich um ein Fischaugen- (bzw. Weitwinkel-)Kamerasystem (*siehe* Ying und Hu (2004a)). Nach Puig u. a. (2011) kann die Kamerakonstante der perspektivischen Kamera bei einer Hyper-Katadioptrik aus der effektiven Kamerakonstanten, wie folgt hergeleitet werden:

$$c_O = \frac{c}{\sqrt{1 - L^2}}$$

Im Anhang F wird die Äquivalenz zwischen dem Kugelmodell (3.26) und folgender radialen Modellfunktion  $f_M(\theta, L)$  gezeigt:

$$r = c \frac{\sin \theta}{L + \cos \theta} \quad (3.27)$$

Auf diese Weise lässt sich dieses wichtige Modell (3.27) im Rahmen der allgemeinen parametrischen Modellierung, wie in Abschnitt 3.1.1 vorgestellt, verwenden. Das ermöglicht eine Evaluierung durch Vergleich mit anderen Modellen, die auf identische Art und Weise kalibriert wurden. Analog zur Darstellung des Gennery-Modells wird in Abbildung 3.8b der Parameterraum des Kugelmodells dargestellt, wobei der schraffierte Bereich den gültigen Bereich repräsentiert. Hier bildet der Kosinus aus dem Nenner des Modells eine Asymptote, die in der Abbildung über eine weiße Linie gekennzeichnet ist. Sie begrenzt den gültigen Wertebereich für  $L$  und  $\theta$  entsprechend. Damit ist das Kugelmodell nur für  $L = 1$  über den gesamten Inklinationsbereich gültig. Für  $L > 1$  verhält sich das Modell nicht mehr monoton. Auch hier repräsentiert die schwarze Linie den Definitionsbereich des perspektivischen Modells.

Auch in Kannala u. a. (2008) wird eine Umformung des Kugelmodells vorgeschlagen:

$$r = \frac{(l + 1) \sin \theta}{l + \cos \theta}$$

Es wird argumentiert, dass sich damit alle parametrischen Fischaugenmodelle gut genug approximieren lassen. Ferner ist dieses Modell analytisch invertierbar. In Abbildung 3.14 ist der Einfluss des Parameters  $L$  auf die Abbildung visualisiert. Der Vergleich mit

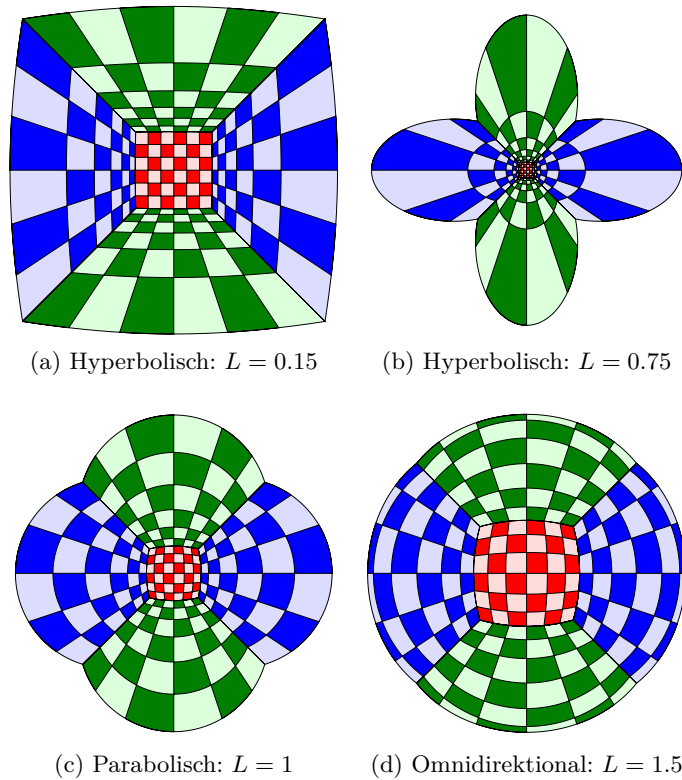


Abbildung 3.14.: Abbildungsverhalten des Kugelmodells der Katadioptriken bei ca.  $260^\circ$  Öffnungswinkel

Abbildung 3.7 offenbart die enge Verwandtschaft der beiden Kameraklassen, was die Abbildungseigenschaften anbelangt. Mit zunehmenden Betrag von  $L$  entspricht die Abbildung den Abbildungen des perspektivischen hin zum orthogonalen Abbildungsmodell.

### 3.3. Klassenübergreifende generische Abbildungsmodelle

Insbesondere bei dem in Abschnitt 3.2.2 vorgestellten Kugelmodell und dem Modell nach *Gennery* (3.17) zeigt sich, dass diese Modelle prinzipiell klassenübergreifend bzw. auf verschiedene Kamerasysteme einer Klasse anwendbar sind. Allen bisher genannten Modellen gemein ist die Modellierung eines *Single Viewpoints*. Wie in Abschnitt 3.2.1 vorgestellt, haben Fischaugen-Kamerasysteme streng genommen kein einzelnes Projektionszentrum. Ferner bedarf es auch bei den Katadioptriken einer präzisen Fertigung, um ein einzelnes Projektionszentrum zu erzeugen. Insofern ist auch bei gebräuchlichen Katadioptriken mit einer leichten Nicht-Zentralität zu rechnen. Folglich ist zum einen ein Modell gesucht, welches auch nicht zentrale Kamerasysteme (NZK) modellieren kann und zum anderen klassenübergreifend anwendbar ist. Daher werden zusätzlich zu den oben beschriebenen

analytischen Klassenmodellen nachfolgend approximierende Modellansätze untersucht. Der Fokus soll hier darauf liegen, welches Modell möglichst viele Kamerasysteme beschreiben kann, eine niedrige Komplexität besitzt und dabei möglichst mit bewährten Methoden der Photogrammetrie zu kalibrieren ist. Neben den nachfolgend vorgestellten Ansätzen werden in Ahmed u. a. (1999) neuronale Netze vorgeschlagen, um eine Kamera zu kalibrieren. Solche und weitere Ansätze der Kalibrierung, die in dieser Arbeit keine Erwähnung finden, sind z.B. in Li und Hartley (2005) dargestellt. Ein interessanten Ansatz stellt die Verwendung von Tensoren zur Modellierung der Projektion dar, wie er z.B. in Thirthala und Pollefeys (2005) verwendet wird. Dieser Ansatz ermöglicht die Modellierung von NZK.

#### 3.3.1. Polynomiales Modell

In zahlreicher Literatur, wie Basu und Licardie (1995); Xiong und Turkowski (1997); Herbert (1986); Kannala und Brandt (2006); Kannala u. a. (2008) wird eine polynomielle Funktion in unterschiedlicher Ausprägung verwendet, um den Zusammenhang von  $\theta$  und  $r$  zu modellieren. In Ho u. a. (2005) wird ein polynomieller Zusammenhang zwischen der idealen perspektivischen Abbildung  $r_p$  und der wahren Abbildung  $r_n$  modelliert:

$$r_p = r_n \left( 1 + k_1 r_n^2 + k_2 r_n^4 + \dots \right)$$

In einigen Arbeiten wie z.B. in Tardif u. a. (2006) wird eine polynomielle Funktion als generisches Modell vorgeschlagen, bei dem die Kamerakonstante als Funktion des radialen Abstandes zu modellieren ist. Folgende Funktion (3.28) beschreibt den polynomiellen Zusammenhang des Polynomialmodell (PM), wobei die Komplexität entsprechend den Anforderungen gewählt werden muss. Herbert (1986) macht die notwendige Komplexität des Polynoms an der theoretischen Auflösungsgrenze der Optik fest.

$$r = \sum_{i=0}^{\infty} k_i \theta^{2i+1} \quad (3.28)$$

Jedes Objektiv besitzt eine radial-symmetrische Abbildungskomponente, die sich aus der Wellengleichung der Optik herleiten lässt und mittels eines Polynoms mit ungeraden Exponenten modelliert werden (*siehe* Born und Wolf (1959)) kann. Somit stellt das PM den idealen Ansatz zur Modellierung der Abbildung dar. Das Polynommodell stellt dabei eine Taylor-Reihenentwicklung einer beliebigen Zielfunktion dar, die an einer bestimmten Stelle abgebrochen wird. Hier werden ausschließlich ungerade Komponenten verwendet. Das bietet zweierlei Vorteile. Zum einen entsteht eine zum Ursprung symmetrische Funktion, die ggf. für negative Inklinationen auch auf negative Radien abbildet. Zum anderen entspricht dieses Modell dem Modell der radialen Abbildung, wie es schon Brown (1964) für die radiale Komponente des Verzeichnungsmodells hergeleitet hat. Ferner lassen sich die trigonometrischen Komponenten der oben genannten parametrischen Abbildungsmodelle über ein Polynom ungerader Koeffizienten approximieren. Dabei bestimmt der Grad des Polynoms die Genauigkeit der Approximation. Hierbei gilt es, einen

### 3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung

Kompromiss aus Genauigkeit und der Größe des Parameterraums zu finden.

$$\begin{aligned}\sin x &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{2n+1} \\ \tan x &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_{2n}(-4)^n(1-4^n)}{(2n)!} x^{2n-1} = \sum_{n=1}^{\infty} b_n x^{2n-1}\end{aligned}$$

#### 3.3.2. Rationales Modell

Dieses Modell wurde zunächst in einer einfachen Ausprägung von Fitzgibbon (2001) zur Modellierung von Optiken mit ausgeprägter Verzeichnung, das heißt Abweichung vom Lochkameramodell, verwendet und als Division Model (DM) bezeichnet:

$$\theta = \frac{r}{1 + br^2} \quad (3.29)$$

Eine ausführliche Untersuchung des DM ist in Ma u. a. (2003) gegeben. Gleichung (3.29) wurde in Thirthala und Pollefeys (2005) zu

$$r_p = \frac{r_n}{1 + k_1 r_n^2 + k_2 r_n^4 + \dots}$$

für die Punkt-Punkt-Transformation verallgemeinert. Micusik und Pajdla (2003) haben das DM um einen Parameter erweitert und auf Fischaugen-Kamerasysteme angewendet. Ferner wird eine analytische Inversion wie folgt angegeben:

$$\theta = \frac{ar}{1 + br^2} \quad (3.30)$$

$$r = \frac{a - \sqrt{a^2 - 4b\theta^2}}{2b\theta} \quad (3.31)$$

Ein Rationalmodell (RM) von Bräuer-Burchardt und Voss (2001) wird ohne offensichtliche Begründung wie folgt definiert:

$$r_d = \frac{\sqrt{1 + 4kr^2} - 1}{2kr}$$

mit  $r_d$  - Radius verzeichnete Koordinaten.

Diese Ansätze können nun zu folgender Form als RM generalisiert werden:

$$r = \frac{a_0 + a_1\theta + a_2\theta^2 + a_3\theta^3 + \dots}{1 + b_0\theta + b_1\theta^2 + b_2\theta^3 + \dots} = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} a_i\theta^i}{1 + \sum_{k=1}^{\infty} b_k\theta^k} \quad (3.32)$$

In der Mathematik wird dieser Ansatz als *Padé Approximation* bezeichnet und bietet oft eine höhere Genauigkeit als eine Taylor-Reihenentwicklung gleicher Komplexität (*siehe* Bartkovjak und Karovicova (2001)). Das RM ist nicht zu verwechseln mit dem Modell in Claus und Fitzgibbon (2005b), da dieses RM auf geliftete Koordinaten angewendet



### 3.3. Klassenübergreifende generische Abbildungsmodelle

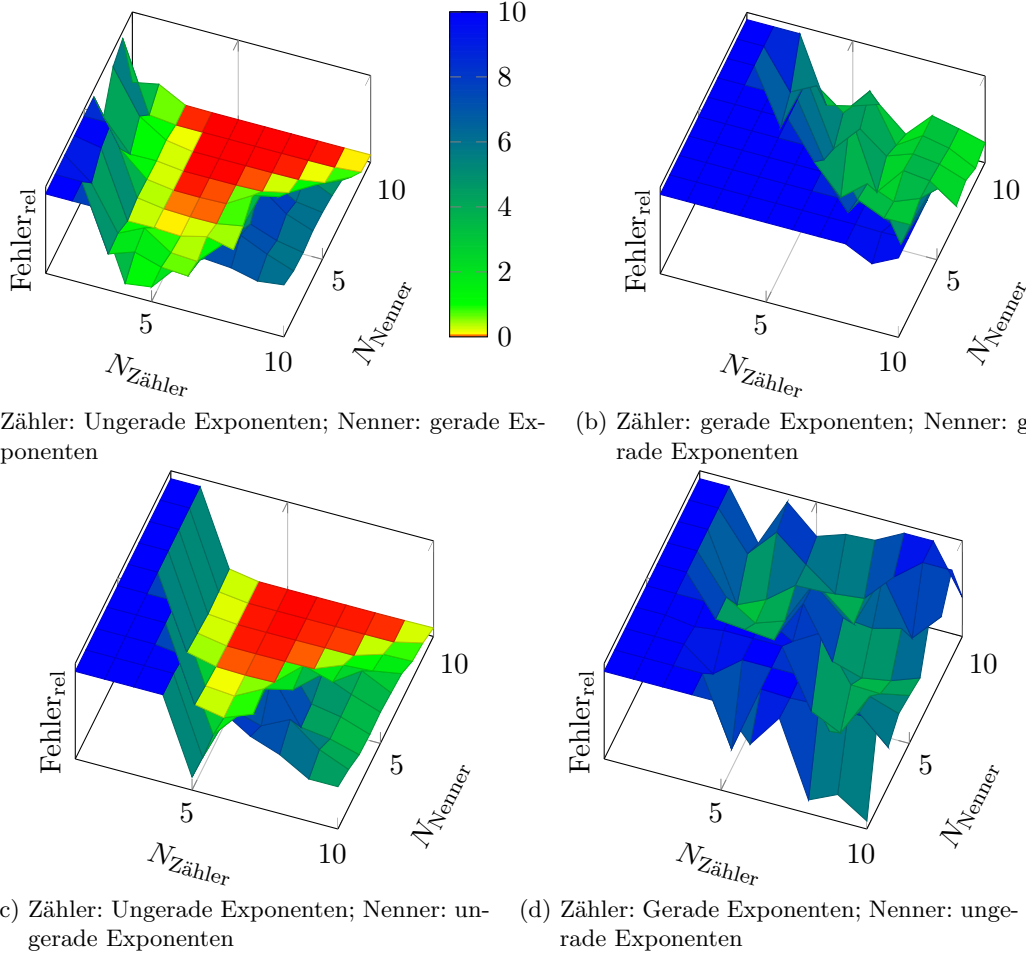


Abbildung 3.15.: Darstellung des Fehlers bei der Approximation durch unterschiedliche rationale Funktionen in Abhängigkeit der Parameteranzahl bezogen auf den Fehler-Median des Referenzmodells

wird. Es ist auch nicht zu verwechseln mit dem RM aus Hartley und Saxena (1997), da hier die Parameter der Projektion bereits beinhaltet sind. Nach Sturm u. a. (2011) waren Lenz und Tsai (1988) die ersten die das RM verwendet haben, allerdings in umgekehrter Definition.

Wie in Abbildung 3.15 dargestellt, hat es sich im Rahmen dieser Arbeit gezeigt, dass bei der Approximation photogrammetrischer Abbildungsmodelle die Wahl der Exponenten entscheidend ist. Es wurden u.a. das orthogonale und perspektivische Modell als Vertreter der beiden dominanten trigonometrischen Funktionen Sinus und Tangens untersucht. In Abbildung 3.15 ist das Fehlerverhalten verschiedener rationaler Funktionen dargestellt. Dabei bezieht sich der auf der z-Achse abgetragene Fehler auf den Fehler-Median des Referenzmodells. Werte größer eins bedeuten einen entsprechend vielfachen Fehler als der Median des Fehlers des Referenzmodells. In Abbildung 3.15a wurden

### 3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung

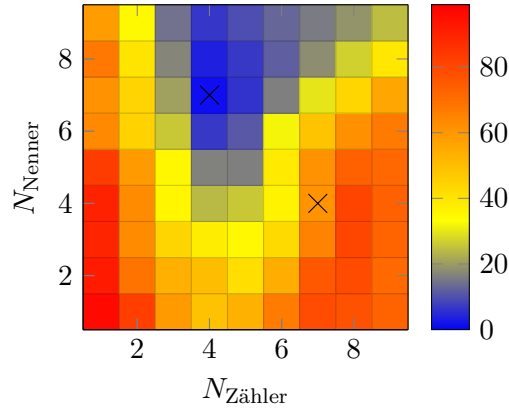


Abbildung 3.16.: Darstellung der Reihenfolge der Bewertungen des RM (3.33) für eine unterschiedliche Anzahl von Parametern in Nenner und Zähler

ausschließlich ungerade Exponenten im Zähler und gerade Exponenten im Nenner verwendet. Abbildung 3.15b zeigt das entsprechende Verhalten der *Padé Approximation*, also gerade Exponenten in Zähler und Nenner. Abbildung 3.15c zeigt das Funktionsverhalten für ungerade Exponenten in Zähler und Nenner, wohingegen in Abbildung 3.15d das Verhalten für gerade Exponenten in Zähler und ungerade Exponenten im Nenner dargestellt wird. Es zeigt sich, dass die Wahl der Art der Exponenten entscheidend für die Genauigkeit der Approximation bei gleicher Komplexität ist. Hierbei offenbart das Modell in Abbildung 3.15a die kleinsten Fehler bei entsprechender Komplexität. Daher soll nachfolgend folgendes Modell als RM verwendet werden:

$$r = \frac{\sum_{i=0} a_i \theta^{2i+1}}{1 + \sum_{k=1} b_k \theta^{2k}} \quad (3.33)$$

In Abbildung 3.16 ist die Bewertung der Komplexität des RM (3.33) anhand des Geometric AIC (GAIC) dargestellt. Das jeweilige Modell ist entsprechend seiner Position in der Reihenfolge der Bewertungen eingefärbt. So wird das Modell mit  $N_{\text{Zähler}} = 4$  und  $N_{\text{Nenner}} = 7$  am besten bewertet, während das Modell mit  $N_{\text{Zähler}} = 1$  und  $N_{\text{Nenner}} = 1$  am schlechtesten hinsichtlich Genauigkeit und Komplexität bewertet wird. Ferner wird aus Abbildung 3.16 ersichtlich, dass insbesondere bei niedriger Komplexität, diejenigen Ausprägungen des RM (3.33) ein besseres Approximationsverhalten zeigen, für die gilt:  $i \geq k$ . So ist zum Beispiel der GAIC für  $i = 4, k = 7$  deutlich kleiner als für  $i = 7, k = 4$ , was in der Abbildung über die beiden Kreuze markiert ist.

### 3.4. Kaustik

Das Vorhandensein einer Kaustik ist eine Eigenschaft nicht-zentraler Kamerasysteme (NZK). Kaustiken sind die Oberfläche, die alle Objektstrahlen idealerweise in genau einem Punkt schneiden. Sie können zu Punkten oder auch anderen geometrischen Ob-

jekten degenerieren. Damit sind sie gut geeignet, um die „Stärke der Zentralität“ zu beschreiben. Ferner können Kameras über die Form ihrer Kaustik klassifiziert werden. In diesem Zusammenhang sei Swaminathan u. a. (2006) zum tieferen Verständnis genannt. Methoden zur Bestimmung der dreidimensionalen Form der Kaustik und Verweise auf Literatur sind in Swaminathan u. a. (2001) gegeben.

### 3.4.1. Modellierung der Kaustik

Ein Teil des systematischen Fehlers der oben beschriebenen analytischen Modelle, die Zentralität als Eigenschaft des Kamerasystems voraussetzen, wird durch eine nicht punktförmige Kaustik verursacht. Wie in Abbildung 3.17 dargestellt, kann die Projektion der Kaustik, als winkelabhängige Verschiebung des Projektionszentrums entlang der optischen Achse, modelliert werden. Dabei definieren die Schnittpunkte der Objektpunktstrahlen (Tangenten der dargestellten Kaustik) und der optischen Achse, die winkelabhängige Position der Kamerakonstanten. Die maximale koaxiale Ausdehnung  $d_{\text{koax}}$  entspricht dem Wert der Kamerakonstante bei einer Inklination von  $90^\circ$ . Gennery hat in seiner Arbeit folgenden funktionalen Zusammenhang zwischen der Verschiebung des Projektionszentrums  $\Delta c_G$  (als Projektion der Kaustik auf die optische Achse) und der objektseitigen Inklination  $\theta$  formuliert:

$$\Delta c_G = \left( \frac{\theta}{\sin \theta} - 1 \right) \sum_{i=0}^n p_i \theta^{2i} \quad (3.34)$$

Er begründet die Wahl dieser Funktionen mit dem günstigeren Verhalten ab einem Einfallswinkel von  $90^\circ$  gegenüber einem reinen Polynom. Die Funktion muss hier stark ansteigen und gegen  $180^\circ$  unendlich werden. Auf diese Weise bildet sich die Kamerakonstante in den oben beschriebenen Modellen wie folgt:

$$c_{\text{Gennery}} = c_0 + \Delta c_G$$

Hierbei ist  $c_0$  die Kamerakonstante für  $\theta = 0^\circ$ , die der nominalen Brennweite (bzw. der Kamerakonstanten) entspricht. An dieser Stelle sei angemerkt, dass streng genommen nicht weiter von einer globalen „Kamerakonstante“ gesprochen werden kann, da diese Modellgröße von der Inklination des Objektpunktstrahls abhängt. Für das bessere Verständnis soll aber auch im Falle der Modellierung der Kaustik von der Kamerakonstanten gesprochen werden. Abbildung 3.18 stellt die Kaustik eines normalen (perspektivischen), Weitwinkel-, Fischaugen- und Katadioptrik-Kamerasystems dar. Die Daten wurden synthetisch mittels *raytracing* bestimmt. Wie in Abschnitt 3.2.1 beschrieben, besitzt das perspektivisch abbildende System in Darstellung 3.18a praktisch eine zu einem Punkt degenerierte Kaustik, dessen maximale koaxiale Ausdehnung 0.05% der nominalen Brennweite beträgt. Dahingegen beträgt die koaxiale Ausdehnung der in Abbildung 3.18b dargestellten Kaustik eines Fischauges 10% und ist damit signifikant für den Abbildungsvorgang. In Abbildung 3.18c ist die Kaustik eines Weitwinkel-Kamerasystems mit  $210^\circ$ -Öffnungswinkel dargestellt. Hier beträgt die maximale Ausdehnung schon 18% der nominalen Brennweite. Die in Abbildung 3.18d dargestellte Kaustik eines katadiop-

### 3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung

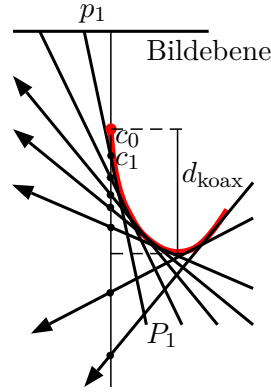


Abbildung 3.17.: Darstellung der Verschiebung der Kamerakonstanten in Abhängigkeit der Inklination

trischen Systems besitzt eine maximale relative Ausdehnung von 3%. Damit kann man von einem Zentralkatadioptrischen System (ZKS) sprechen. Der Vergleich der relativen Änderung der Kamerakonstanten bei zunehmender Inklination der oben verwendeten Kamerasysteme ist in Abbildung 3.19 dargestellt. Für den relativ engen Öffnungswinkel des perspektivischen Systems ist praktisch keine Änderung der Kamerakonstanten feststellbar. Auch die Katadioptrik zeigt nur eine minimale Verschiebung der Kamerakonstanten von maximal 4.5%. Bei dem Fischaugen- und Weitwinkelsystem kommt es zu einer entsprechend größeren maximalen Verschiebung der Kamerakonstanten von 14% bzw. 23.5%. Nachfolgend soll nun anhand der *raytracing*-Referenzdaten die Genauigkeit der Kaustikmodellierung untersucht werden. Zum einen wird das Modell von Gennery (3.17) um die Modellierung der Kaustik nach (3.34) erweitert:

$$r = \left( c_0 + \left( \frac{\theta}{\sin \theta} - 1 \right) \sum_{i=0}^n p_i \theta^{2i} \right) \frac{\sin(L\theta)}{L \cos(\max(0, L\theta))}$$

Ferner sollen die idealen Fischaugenabbildungen, äquidistante (3.13) und flächentreue Abbildung (3.14) sowie das Kugelmodell der ZKS (3.27), um eine Modellierung nach (3.34) erweitert werden und bilden somit folgende Form:

$$r = \left( c_0 + \left( \frac{\theta}{\sin \theta} - 1 \right) \sum_{i=0}^n p_i \theta^{2i} \right) \theta \quad (3.35)$$

$$r = 2 \left( c_0 + \left( \frac{\theta}{\sin \theta} - 1 \right) \sum_{i=0}^n p_i \theta^{2i} \right) \sin \frac{\theta}{2} \quad (3.36)$$

$$r = \left( c_0 + \left( \frac{\theta}{\sin \theta} - 1 \right) \sum_{i=0}^n p_i \theta^{2i} \right) \frac{\sin \theta}{L + \cos \theta} \quad (3.37)$$

Man kann die Kaustikmodellierung als radiale Verzeichnungskorrektur (*siehe* Abschnitt 3.5) auffassen. Hierbei bedeutet Verzeichnung die Abweichung der wahren Abbildung

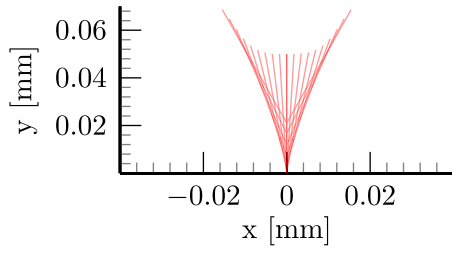
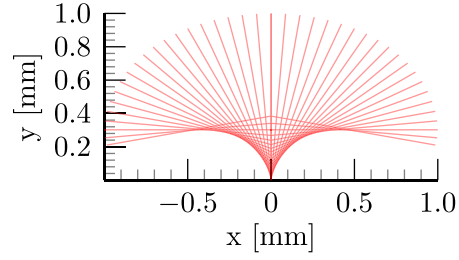
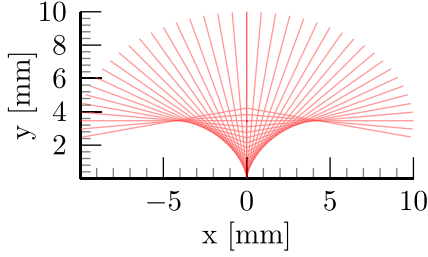
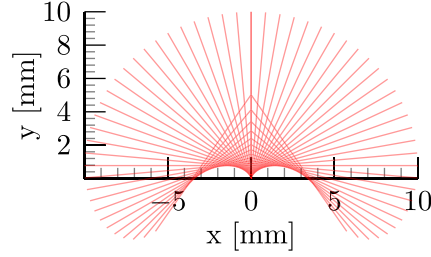
(a) Normal mit  $c = 40\text{mm}$  und  $d_{\text{koax}} = 0.02\text{mm}$ (b) Fischaugen mit  $c = 3\text{mm}$  und  $d_{\text{koax}} = 0.3\text{mm}$ (c) Weitwinkel mit  $c = 19.4\text{mm}$  und  $d_{\text{koax}} = 3.46\text{mm}$ (d) Katadioptrik mit  $c = 26.82\text{mm}$  und  $d_{\text{koax}} = 0.78\text{mm}$ 

Abbildung 3.18.: Darstellung des rotationssymmetrischen Kaustikschnittes bei verschiedenen Kamerasystemen

von dem idealen Modell. Das heißt, je größer die koaxiale Ausdehnung der Kaustik, desto größer die Abweichung des gewählten Modells von der wahren Abbildung. Durch Anwendung der radialen Verzeichnungskorrektur

$$r' = \sum_{i=0}^n k_i r^{2i+1}$$

auf das äquidistanten Modell

$$r = c\theta$$

entsteht mit  $a_i = c^{2i+1} k_i$ :

$$r' = \sum_{i=0}^n a_i \theta^{2i+1} \quad (3.38)$$

Diese Gleichung entspricht dem polynomiellen Modell (3.28).

Der Ansatz nach Gennery wird nun auf ein Polynom reduziert mit der Begründung, dass der trigonometrische Faktor selbst durch ein Polynom gerader Exponenten approximiert werden kann:

$$\Delta c_P = \sum_{i=1}^n p'_i \theta^{2i} \quad (3.39)$$

### 3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung

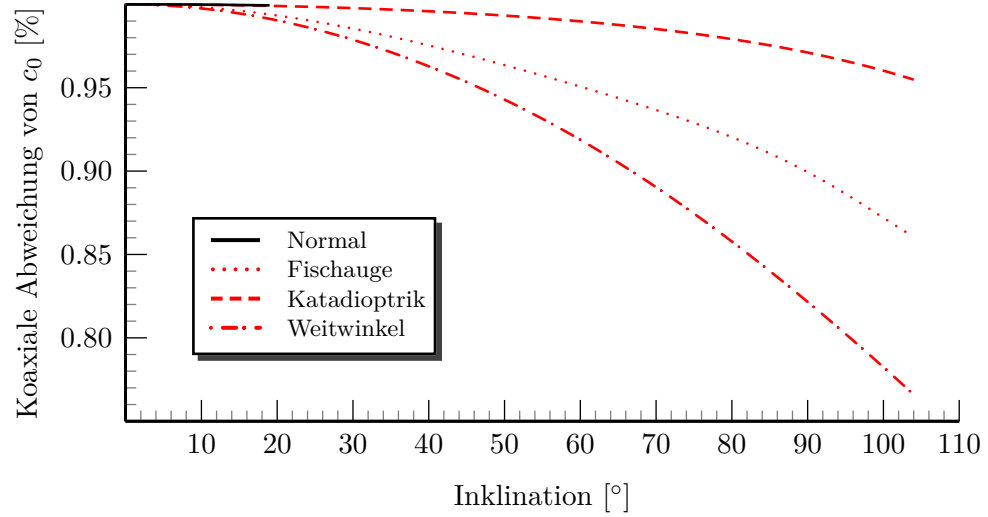


Abbildung 3.19.: Darstellung der Entwicklung der relativen Abweichung von der nominalen Kamerakonstante  $c_0$  in Abhängigkeit der Inklination

In Abbildung 3.20 ist die relative Abweichung über die relative Inklination der oben verwendeten Kamerasysteme für die Kaustikmodellierung nach Gennery als durchgezogene Linie und das reduzierte polynomielle Modell als gestrichelte Linie abgetragen. Aus der Abbildung wird ersichtlich, dass sich die beiden Modellansätze nahezu identisch bei den hier verwendeten Kamerasystemen verhalten. Die Modellierung der Kaustik (über das polynomielle Modell) ist dann essentiell, wenn das verwendete spezifische Modell von dem wahren Abbildungsverhalten des Kamerasystems signifikant abweicht. Unter Verwendung von (3.39) ergibt sich für das äquidistante Modell:

$$\begin{aligned}
 r &= c\theta \\
 &= (c_0 + \Delta c_P)\theta \\
 &= \left( c_0 + \sum_{i=1}^n p'_i \theta^{2i} \right) \theta \\
 &= c_0 \theta + \sum_{i=1}^n p'_i \theta^{2i+1}
 \end{aligned}$$

Durch Substitution von  $p'_0 = c_0$  entsteht wieder der generische polynomielle Modellansatz (3.28):

$$r = \sum_{i=0}^n p'_i \theta^{2i+1} \quad (3.40)$$

Das generische polynomielle Modell (3.28) ist somit äquivalent zu dem äquidistanten Modell mit modellierter polynomieller Kaustik (3.40) und dem äquidistanten Modell mit radial-symmetrischer Verzeichnungs Korrektur (3.38). Folglich impliziert das Polynomial-

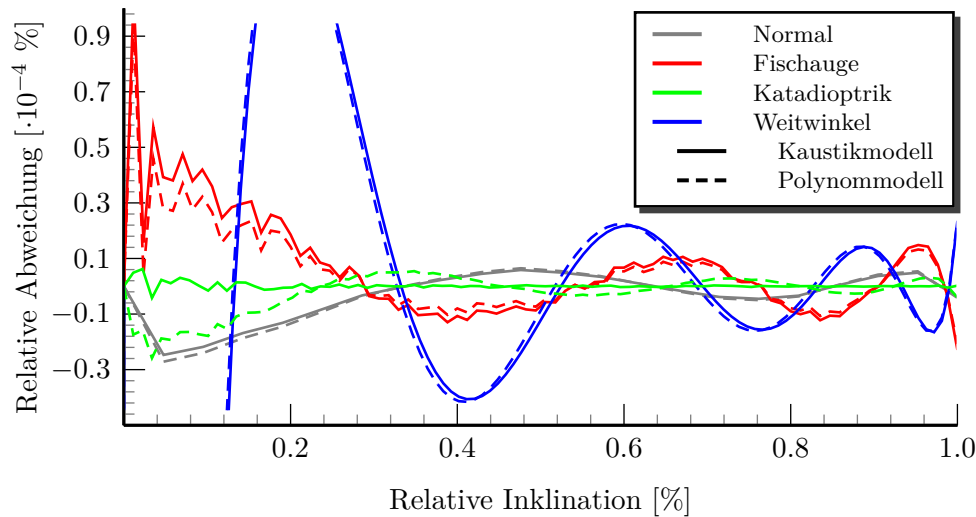


Abbildung 3.20.: Darstellung der relativen Modellgenauigkeit in Abhängigkeit der relativen Inklination

modell (PM) eine Modellierung einer Kaustik und motiviert damit die Anwendbarkeit bei NZK.

### 3.5. Verzeichnungsmodell

Geometrische und radiometrische Verzeichnungen sind in der Regel eine Folge von Ungenauigkeiten beim Kamera- und Objektivaufbau, die Objektpunktstrahlen von ihrem idealen Strahlengang abweichen lassen. Diese Abweichungen können unterschiedlich stark ausgeprägt sein. Ein geometrisches Verzeichnungsmodell soll diejenigen Effekte bei der Abbildung modellieren, die nicht vom Abbildungsmodell bestimmt und kamera- bzw. objektivspezifisch sind. Es handelt sich hierbei im Wesentlichen um produktionsbedingte Abweichungen. Es ist wichtig, zwischen der Art der Definition der Modellparameter zu unterscheiden. Das Verzeichnungsmodell ist in seiner Definition entweder auf die verzeichneten oder unverzeichneten Bildpunkte anzuwenden. Man findet beide Varianten in der Literatur, und sie sind durch Inversion ineinander zu überführen. Die Art der Definition ist ferner auch für eine effiziente Implementierung der Kalibrierung entscheidend, da beim iterativen Optimierungsprozess auf eine aufwendige und u.U. ungenaue Inversion verzichtet werden sollte. Das Verzeichnungsmodell selbst kann die wahre physikalische Abweichung vom Ideal nur approximieren. Es stellt sich also auch hier die Frage nach der Komplexität als Kompromiss aus Genauigkeit und Verlässlichkeit des Modells und seiner kalibrierten Parameter. Modelle mit hoher Komplexität tendieren zu einem „Overfitting“ der Beobachtungen.

Der Begriff Verzeichnung wird sehr unterschiedlich verwendet. Viele Autoren bezeichnen den Kisseneffekt im Bildraum als Verzeichnung, also die Abweichung vom idealen Lochkameramodell. Aus dieser Annahme folgt, dass Fischaugen oder Katadioptriken generell

### 3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung

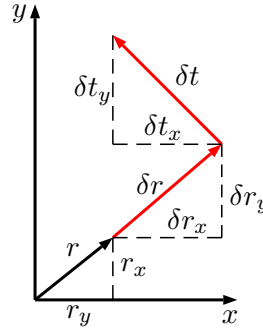


Abbildung 3.21.: Conrady-Brown-Modell

verzeichnet sind, da sie dem Lochkameramodell nicht folgen. In dieser Arbeit soll der Begriff Verzeichnung als Abweichung vom tatsächlich verwendeten Abbildungsmodell verwendet werden. Daher kann auch ein Fischaugenobjektiv, was nahezu dem idealen Fischaugenmodell entspricht, weitestgehend verzeichnungsfrei sein. In der Literatur wird fast ausschließlich das in Abbildung 3.21 dargestellte Conrady-Brown-Modell verwendet. Das klassische Verzeichnungsmodell wurde von Conrady (1919) entwickelt und von Magill (1955) und Brown (1964, 1965, 1966, 1971) weiterentwickelt. Dieses Modell besteht aus einer radialen  $\delta r$  und einer tangentialen  $\delta t$  Komponente, die die Position des abgebildeten Objektpunktes korrigiert. Es soll nachfolgend kurz hergeleitet werden, da es in der Literatur häufig unterschiedlich definiert wird. Die radiale und tangential Komponente der Verschiebung eines Punktes im kartesischen Raum sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned}\Delta x &= \Delta r \frac{x}{r} - \Delta t \frac{y}{r} \\ \Delta y &= \Delta r \frac{y}{r} + \Delta t \frac{x}{r}\end{aligned}\tag{3.41}$$

Conrady gibt für die Beschreibung der radialen Komponente folgendes Polynom an:

$$\Delta r = k_1 r^3 + k_2 r^5 + k_3 r^7 + \dots = \sum_{i=1}^n k_i r^{2i+1}\tag{3.42}$$

Dieses Modell basiert auf folgenden Annahmen: Der Axialstrahl passiert das Linsensystem ohne Abweichungen, die Abweichung kann durch eine kontinuierliche Funktion beschrieben werden, und die Richtung der Verzeichnung ist immer positiv in Richtung des Bildrandes. Setzt man die Gleichung (3.42) in (3.41) ein, ergibt sich für die radialen Verzeichnungskomponenten:

$$\begin{aligned}\Delta r_x &= \Delta r \frac{x}{r} = x \sum_{i=1}^n k_i r^{2i} \\ \Delta r_y &= \Delta r \frac{y}{r} = y \sum_{i=1}^n k_i r^{2i}\end{aligned}$$



Die radial-asymmetrische (*decentering*) Verzeichnung hat Conrady wie folgt über eine tangentiale und radiale Verzeichnung definiert (*siehe* Fryer (1986)):

$$\begin{aligned}\Delta r_{asym} &= 3P(r) \sin(\varphi - \varphi_0) \\ \Delta t_{asym} &= P(r) \cos(\varphi - \varphi_0)\end{aligned}\tag{3.43}$$

Hier repräsentiert der Phasenwinkel  $\varphi_0$  den Winkel zwischen x-Achse und der Richtung der größten tangentialen Verzeichnung.  $P(r)$  ist die vom Radius abhängige Profelfunktion und als Polynom definiert:

$$P(r) = J_1 r^2 + J_2 r^4 + J_3 r^6 + \dots\tag{3.44}$$

Setzt man Gleichung (3.44) und (3.43) in (3.41) ein, ergibt sich folgende heute gebräuchliche Darstellung für die radial-asymmetrische Verzeichnung:

$$\begin{aligned}\Delta t_x &= P(r) \left( \frac{2xy}{r^2} \cos \varphi_0 - \left( 1 + \frac{2x^2}{r^2} \right) \sin \varphi_0 \right) \\ &= \left( p_1 (r^2 + 2x^2) + 2p_2 xy \right) \left( 1 + p_3 r^2 + p_4 r^4 + \dots \right) \\ \Delta t_y &= P(r) \left( \left( 1 + \frac{2y^2}{r^2} \right) \cos \varphi_0 - \frac{2xy}{r^2} \sin \varphi_0 \right) \\ &= \left( p_2 (r^2 + 2y^2) + 2p_1 xy \right) \left( 1 + p_3 r^2 + p_4 r^4 + \dots \right)\end{aligned}\tag{3.45}$$

Dabei sind  $p_1 = -J_1 \sin \varphi_0$ ,  $p_2 = J_1 \cos \varphi_0$ ,  $p_3 = \frac{J_2}{J_1}$ ,  $p_4 = \frac{J_3}{J_1}$ , usw. Eine ausführliche Herleitung von (3.45) findet sich im Anhang C. Nach Zhang (1996) und anderen behauptet Tsai (1987), dass ein Verzeichnungsmodell mit mehr als zwei Parametern nicht nur keine höhere Genauigkeit, sondern auch größere numerische Instabilitäten bringt. Dies wird von Wei und Ma (1994) in Abschnitt 3.4 bestätigt. Daher nutzt Zhang (1996) auch nur die ersten beiden Terme des radialen Conrady-Brown-Modells. Daraus kann man schließen, wenn weitere Terme für eine hinreichende Genauigkeit notwendig wären, dann müsste das Abbildungsmodell durch ein geeigneteres ersetzt werden. Häufig werden die in folgenden Abschnitten vorgestellten wesentlichen Komponenten in einem Verzeichnungsmodell zusammengefasst.

## Hauptpunkt

Die wesentlichen Komponenten eines Kamera- und Verzeichnungsmodells beziehen sich auf einen bestimmten Symmetriepunkt, z.B. den Hauptpunkt des Abbildungsmodells oder den Symmetriepunkt des Verzeichnungsmodells. Damit hängt die Genauigkeit des Gesamtmodells immer wesentlich mit der Genauigkeit des Symmetriepunktes zusammen. Willson und Shafer (1994) identifizieren 16 verschiedene Symmetriepunkte eines Bildes und Methoden, diese zu bestimmen. Zehn Symmetriepunkte werden dabei genauer untersucht. Häufig wird in der Literatur, vor allem bei geschlossenen Methoden der Kalibrierung, eine für die Allgemeingültigkeit unzulässige Vereinfachung gemacht. Der

### 3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung

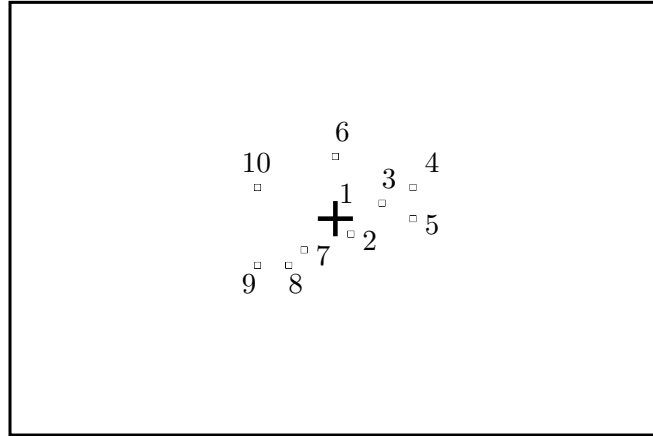


Abbildung 3.22.: Verschiedene Hauptpunkte eines Kamerasystems nach Willson und Shafer (1994): 1 - Numerical image center, 2 - Sensor center, 3 - COE<sup>4</sup>-zoom, 4 - COE-focus, 5 - COE-aperture, 6 - Radiometric falloff, 7 - Center of vignetting, 8 - Autocollimated laser, 9 - Radial lens distortion, 10 - Perspective projection

Bildmittelpunkt ist hier auch der Hauptpunkt. In Abbildung 3.22 sind unterschiedliche Hauptpunkte eines Kamerasystems dargestellt. Hier wird deutlich, dass es unterschiedliche Definitionen von Hauptpunkten in der Literatur gibt. Nachfolgend soll als Hauptpunkt der Durchstoßpunkt der optischen Achse mit der Bildebene bezeichnet werden. Er bildet in der Regel auch den Symmetriepunkt für alle radialen Abbildungseffekte. Die Hauptpunktverschiebung ist die Translation des Hauptpunktes zum geometrischen Bildmittelpunkt. Der Hauptpunkt ist in der Regel ein entscheidender Parameter für die Kalibrierengenauigkeit. Allerdings lässt sich der Hauptpunkt bei verrauschten realen Daten numerisch nicht exakt bestimmen. Es handelt sich um ein schwach konditioniertes Problem, da der Hauptpunkt stark mit der Orientierung der Kamera korreliert ist. Die Korrelationskoeffizienten zwischen dem Hauptpunkt und den Winkeln der Äußere Orientierung (EO) betragen typischerweise zwischen 0.5 und 0.8 (*siehe* Abschnitt 3.5). Der Hauptpunkt hat bei der Genauigkeit der 3D-Rekonstruktion nach Tsai (1987) keinen entscheidenden Einfluss. Auch Ruiz und de Teruel Ginés García-Mateos (2002) zeigen, dass bei der Winkelmessung im Bildbereich, was entscheidend bei der Rekonstruktion von Objekten ist, die Hauptpunktlage keinen entscheidenden Einfluss hat. Daher kann im Falle von Kamerasystemen mit kleinen Öffnungswinkeln, die nicht wesentlich durch radiale Verzeichnung charakterisiert sind, der Hauptpunkt als Konstante im Bildmittelpunkt betrachtet werden, ohne einen wesentlichen Fehler zu verursachen. Diese Annahme ist recht häufig in der Literatur anzutreffen, wie in Fitzgibbon (2001) und Micusik und Pajdla (2003). Im Gegensatz zu den obigen Aussagen aus der Computer Vision, wo Kameras häufig nur über ein Bild kalibriert werden, haben eigene Untersuchungen gezeigt, dass diese einfache Annahme bei den hier untersuchten Kamerasystemen nicht zutrifft.

<sup>4</sup>Center of Expansion - konstanter Punkt bei Vergrößerung des Bildes

Durch sorgfältige Aufnahmegeometrien (Kantungen) kann der Hauptpunkt relativ exakt bestimmt werden. Der Fehler für eine Fixierung des Hauptpunktes im Bildmittelpunkt hängt von der Schiefe der optischen Achse und der relativen Ausrichtung des Sensorchips, also der Fertigungsgüte, ab. Für höchste Ansprüche an die Kalibrierengenauigkeit ist somit der Hauptpunkt nicht zu vernachlässigen. Die Hauptpunktverschiebung  $(x_0, y_0)^T$  ist wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} x' &= x + x_0 \\ y' &= y + y_0 \end{aligned} \tag{3.46}$$

Der Hauptpunkt kann auf verschieden Art und Weise unabhängig bestimmt werden. Im Falle eines Fischaugen-Objektivs mit einem Sensor größer als das Bild, welches von der Optik produziert wird, erhält man eine kreisrunde bzw. elliptische Abbildung. Hier kann der Ellipsenmittelpunkt als Symmetriepunkt und somit als Bildhauptpunkt angenommen werden (*siehe* Kannala und Brandt (2006)). Es existieren viele Methoden in der Computer Vision, um den Hauptpunkt aus einem perspektivischen Bild zu schätzen. Exemplarisch seien zum einen Liebowitz und Zisserman (1998) genannt, wo der Hauptpunkt über Fluchtpunktmethoden bestimmt wird. Zum anderen schätzen Lenz und Tsai (1988) und später Li und Zhang (2011) den Hauptpunkt über den Radial Alignment Constraint (RAC)-Fehler. Solche Methoden lassen sich allerdings nur unter bestimmten Voraussetzungen verlässlich anwenden. Der Hauptpunkt nicht perspektivischer Abbildungen lässt sich über folgende Methode robust schätzen (*siehe* Hughes u. a. (2008, 2010)). Bei Kamerasystemen, wie z.B. Fischaugen oder Weitwinkelsystemen, werden Objektraumgeraden auf Ellipsen im Bildraum abgebildet. So schneiden sich die Ellipsen paralleler Objektraumgeraden in zwei Fluchtpunkten und bilden auf diese Weise eine Horizontlinie. Zwei paarweise orthogonale parallele Geradenbündel schneiden sich somit im Bildraum in genau einem Punkt. Dieser Schnittpunkt ist eine entsprechend genaue Schätzung für die tatsächliche Position des Hauptpunktes. Diese Methode wird in Abbildung 3.23 veranschaulicht. Hier bilden die Parallelen eines Schachbrettmusters vier Fluchtpunkte, die den Hauptpunkt des Bildes definieren. Shah und Aggarwal (1996) bestimmen den Hauptpunkt einer Fischaugenoptik mittels eines schwachen Lasers, der ein Interferenzmuster auf der Bildfläche erzeugt, wenn er nicht auf den Hauptpunkt gerichtet ist. Reduziert sich das Muster zu einem Punkt, ist der Hauptpunkt gefunden. Shivaram und Seetharaman (1998) verwenden Kugeln zu Kalibrierung der Inneren Orientierung (IO) und Äußerer Orientierung (EO) von perspektivischen Kameras. Dabei wird ausgenutzt, dass die Hauptachsen der elliptischen Abbildungen der Kugeln sich im Hauptpunkt schneiden.

### Radial-Symmetrische Komponente

Jedes Objektiv besitzt eine radial-symmetrische Abbildungskomponente bzw. Verzeichnung, die unterschiedlich stark ausgeprägt ist. Sie lässt sich aus der Wellengleichung der Optik herleiten und kann mittels eines Polynoms mit ungeraden Exponenten modelliert werden (*siehe* Born und Wolf (1959)):

$$\Delta r_{\text{rad}} = k_1 r^3 + k_2 r^5 + k_3 r^7 + \dots$$

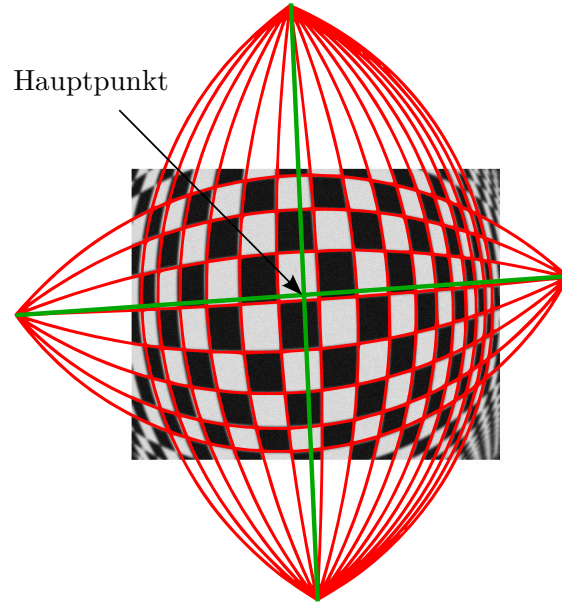


Abbildung 3.23.: Hauptpunktbestimmung eines Fischauges mit radialer Verzeichnung nach Hughes u. a. (2010)

Für die meisten Objektive ist ein Polynom fünfter Ordnung hinreichend genau, um diese Verzeichnung zu modellieren. Daher ergibt sich eine radial-symmetrische Verzeichnungsfunktion proportional zu  $r$  wie folgt:

$$\begin{aligned}\Delta x_{\text{rad}} &= x \frac{\Delta r_{\text{rad}}}{r} = x (k_1 r^2 + k_2 r^4) \\ \Delta y_{\text{rad}} &= y \frac{\Delta r_{\text{rad}}}{r} = y (k_1 r^2 + k_2 r^4)\end{aligned}\tag{3.47}$$

Der erste Term der radialen Verzeichnung dominiert häufig die Gesamtverzeichnung (*siehe* Brown (1971)). Ist  $k_1$  kleiner Null, so spricht man von einer Tonnenverzeichnung, welche typisch für Weitwinkelobjektive ist. Ist  $k_1$  größer Null, so spricht man von einer Kissenverzeichnung. Ferner führen komplexe (hochgradige) Polynome zu numerischen Instabilitäten bei der Optimierung (Tsai (1987) und Zhang (1998)). Viele Autoren, wie Tsai (1987), verwenden nur den ersten Term und erzielen Genauigkeiten von bis zu einem Zehntel Pixel. Magill (1955) war der Erste, der eine fokusabhängige radiale Verzeichnung herleitet und experimentell nachweist. Die Kamera muss in der Fokusebene kalibriert werden, in der sie später auch eingesetzt werden soll. Brown (1971) erweitert Magills Ansatz später dahingehend, dass nur zwei verschiedene Fokusebenen kalibriert sein müssen. Aus diesen beiden lassen sich die Verzeichnungsparameter für die anderen Fokusebenen herleiten. Wang u. a. (2009) und Strand und Hayman (2005) verwenden das Division Model (DM) und behaupten, dass es besser als ein Polynom starke radiale Verzeichnungen modellieren kann. Unter Annahme dieses Modells verzeichnen gerade Raumlinien zu Kreisbögen im Bildraum. Bei nicht quadratischen Pixeln entstehen

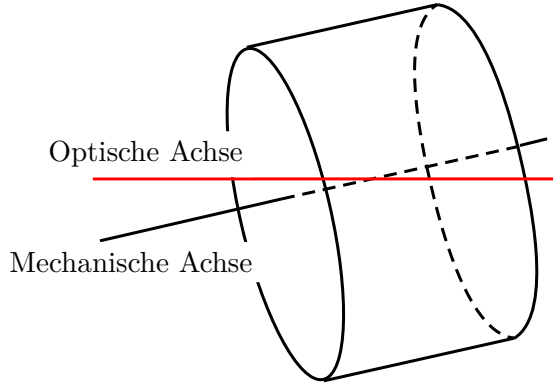


Abbildung 3.24.: Dezentrierung eines optischen Elementes bezogen auf die optische Achse des Gesamtsystems

entsprechend Ellipsen. Rosten und Loveland (2011) verwenden das *Harris*-Modell zur Modellierung der radialen Verzeichnung. Claus und Fitzgibbon (2005b) verwenden das Rationalmodell (RM) als eine Kombination aus Polynomialmodell (PM) und Perspektivmodell für die radiale Verzeichnung. Es wird eine Methode verwendet, die das Bild in einen 1D-Hough<sup>5</sup>-Raum der Winkel aller Kanten im Bild transformiert. Die Parameter des Verzeichnungsmodells ergeben sich, indem die Entropie (Spannweite der Winkel) des Histogramms minimiert wird. Candocia (2006) stellen ein formaterhaltendes radiales Verzeichnungsmodell vor, das sich analytisch invertieren lässt. Hierfür müssen allerdings die reellen Wurzeln eines Polynoms fünften Grades bestimmt werden.

### Radial-Asymmetrische Komponente (Decentering)

Nach Willson und Shafer (1994) entsteht diese Art Verzeichnung durch die Nicht-Identität von optischer und mechanischer Achse des Linsensystems. In Abbildung 3.24 ist die produktionsbedingte Lageverschiebung der Rotationsachse eines optischen Bauteils bezogen auf die optische Achse des Gesamtsystems dargestellt. Neben der in dieser Arbeit verwendeten originalen Definition der radial-asymmetrischen Verzeichnung (*siehe* (3.45)) findet man in der Literatur auch andere Definitionen. So findet sich in Horn (2000) folgende vereinfachte Darstellung der tangentialen Verzeichnung:

$$\Delta_{tan} = \begin{pmatrix} x \cdot \sum P_i r^{2i} \\ -y \cdot \sum P_i r^{2i} \end{pmatrix}$$

Auch in Weng u. a. (1992); Salvi u. a. (2002) finden sich abweichende Modellierungen für die radial-asymmetrische Verzeichnung. Stein (1993) modelliert die tangentiale Verzeichnung als eine Trennung des Symmetriepunktes der Verzeichnung vom Hauptpunkt der Projektion. Ma u. a. (2004) schlagen für die Modellierung der tangentialen Verzeichnung getrennte Koeffizienten für das radiale Verzeichnungsmodell für die x-Komponente und

<sup>5</sup>hier: Histogramm aller Winkel

### 3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung

die y-Komponente vor. Somit gibt es ein gemeinsames Modell für radial-symmetrische und -asymmetrische Effekte.

#### Affinität und Scherung

Diese Verzeichnungskomponente wird durch El-Hakim (1986) eingeführt. Insbesondere bei günstigeren Kamerasystemen kann es durch den Sensor selbst, oder bei dem Auslesen des Sensors, zu gestreckten Pixelstrukturen kommen. Ferner gibt es auch Kamerasysteme, die nicht quadratische Sensorelemente verwenden. In diesen Fällen muss ein entsprechender Korrekturterm eingeführt werden, der diesen Effekt modelliert:

$$\Delta_{aff} = \begin{pmatrix} B_1x + B_2y \\ 0 \end{pmatrix}$$

Auch wenn die Verwendung dieses Korrekturterms in den meisten Fällen keine signifikanten Genauigkeitsverbesserungen erzeugt, ist für höchste Genauigkeitsansprüche oder bei entsprechenden Kamerasystemen ein solcher Term zu verwenden.

#### Dünnes Prisma (Thin Prism)

Dieses Verzeichnungsmodell wird z.B. in Weng u. a. (1992) oder Wei und Ma (1994) verwendet. Dieses Modell findet sich recht selten in der Literatur und viele Autoren (z.B. Tsai (1987)) stellen den Nutzen und die Notwendigkeit in Frage. Es ist hochgradig korreliert mit der radial-asymmetrischer Verzeichnung und bringt daher numerische Instabilität in die Parameteroptimierung. Das *Dünnes Prisma*-Modell ist wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} \Delta r_{prism} &= P(r) \sin(\varphi - \varphi_1) \\ \Delta t_{prism} &= P(r) \cos(\varphi - \varphi_1) \end{aligned} \quad (3.48)$$

Hier repräsentiert der Phasenwinkel  $\varphi_1$  die Winkel zwischen x-Achse und der Richtung der größten tangentialen Verzeichnung des *Dünnes Prisma*-Modells.  $P(r)$  ist die vom Radius abhängige Profelfunktion und als Polynom definiert:

$$P(r) = I_1 r^2 + I_2 r^4 + I_3 r^6 + \dots \quad (3.49)$$

Auffällig ist die bis auf den Faktor drei identische Definition zum tangentialen Modell (3.43) und die unterschiedlichen Winkel  $\varphi_i$ . Daher werden die Koeffizienten der Profelfunktionen (3.44) und (3.49) in Weng u. a. (1992) zusammengefasst. Wang u. a. (2008) stellen ein alternatives Modell für die tangentiale und *Dünnes Prisma*-Verzeichnung vor. Die beiden Parametersätze werden entkorreliert und durch ein Rotation um den Hauptpunkt ersetzt. Dieser Ansatz reduziert zum einen den Parametersatz und hat zum anderen eine naheliegende physikalische Bedeutung. Die echte Bildfläche ist gedreht in Bezug auf die Optik.

	c	x <sub>0</sub>	y <sub>0</sub>	k <sub>1</sub>	k <sub>2</sub>	k <sub>3</sub>	p <sub>1</sub>	p <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>
c	1	0	0	<b>0.3</b>	<b>0.3</b>	<b>0.3</b>	0	0	0.1	0
x <sub>0</sub>		1	0	0	0	0	<b>0.9</b>	0	0	0
y <sub>0</sub>			1	0	0	0	0.1	<b>0.9</b>	0	0
k <sub>1</sub>				1	<b>1</b>	<b>0.9</b>	0	0	0	0
k <sub>2</sub>					1	<b>1</b>	0	0	0	0
k <sub>3</sub>						1	0	0	0	0
p <sub>1</sub>							1	0	0	0.1
p <sub>2</sub>								1	0	0
b <sub>1</sub>									1	0
b <sub>2</sub>										1

Tabelle 3.1.: Korrelation der Parameter der IO und der Verzeichnung des klassischen Brown-Conrady-Modells mit radial-symmetrischer und radial-asymmetrischer Komponente sowie Affinität und Scherung

### Korrelationen der Verzeichnungsparameter

Wie oben bereits mehrfach angedeutet, sind die Parameter sowohl untereinander als auch mit der EO stark korreliert. In der Literatur wird, z.B. in Shortis u. a. (1995) oder Clarke und Fryer (1998), auf die starke Korrelation zwischen den radial-symmetrischen Koeffizienten, radial-asymmetrischen Komponenten und dem Hauptpunkt hingewiesen. Shortis u. a. (1995) schlagen vor, die Komponenten der Verzeichnungsfunktion unabhängig von Brennweite und Hauptpunkt über die *Plumbline*-Kalibriermethode<sup>6</sup> zu berechnen und anschließend eine Ausgleichung mit fixierten Verzeichnungsparametern durchzuführen. Dieser Prozess muss abwechselnd und iterativ durchgeführt werden, bis eine Konvergenz erreicht ist. Die Verzeichnungsparameter von den Parametern der IO zu entkorrelieren, kann einer Erhöhung der Freiheitsgrade des Abbildungsmodells entsprechen (*siehe* Devernay und Faugeras (2001)). Nach Clarke und Fryer (1998) kann auf eine aufwändige Behandlung der Parameterkorrelation verzichtet werden, wenn man ein geeignetes Aufnahme-Setup im Zusammenhang mit einem Bündelblockausgleich verwendet. Auch in dieser Arbeit wird dieser Ansatz verwendet. In Tabelle 3.1 sind die Korrelationskoeffizienten für die Parameter der IO, hier die Kamerakonstante ( $c$ ), und der Verzeichnung abgetragen. Die dargestellten Werte sind Median-Werte für die Kalibrierung von zehn verschiedenen perspektivischen Kamerasystemen (gilt auch für Tabelle 3.2). Es wird ersichtlich, dass  $c$  mit den Parametern der radialen Verzeichnung  $k_1, k_2, k_3$  korreliert ist. Dieser Umstand wurde auch schon in Abschnitt 3.4 hergeleitet. Ferner stellt die Tabelle die starken Korrelationen zwischen dem Hauptpunkt  $x_0, y_0$  und den Parametern der radial-asymmetrischen Verzeichnung  $p_1, p_2$  dar. Wie in Abschnitt 3.5 dargestellt, sind sowohl die Hauptpunktverschiebung als auch die radial-asymmetrische Verzeichnung Fol-

<sup>6</sup>Bei dieser Methode werden Parameter der IO unabhängig von der EO bestimmt

### 3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung

	$X_0$	$Y_0$	$Z_0$	$\omega$	$\varphi$	$\kappa$
<b>c</b>	<b>0.5</b> [0.1]	<b>0.4</b> [0.0]	0[0.1]	0[0.0]	0[0.0]	0[0.0]
<b>x<sub>0</sub></b>	0[0.1]	0[0.0]	0[0.0]	0[ <b>0.3</b> ]	0[ <b>0.3</b> ]	0[ <b>0.2</b> ]
<b>y<sub>0</sub></b>	0[0.0]	0[0.0]	0[0.0]	0[ <b>0.3</b> ]	0[ <b>0.3</b> ]	0[ <b>0.2</b> ]
<b>k<sub>1</sub></b>	0.1[0.0]	0[0.0]	0[0.0]	0[0.0]	0[0.0]	0[0.0]
<b>k<sub>2</sub></b>	0[0.0]	0[0.0]	0[0.0]	0[0.0]	0[0.0]	0[0.0]
<b>k<sub>3</sub></b>	0[0.0]	0[0.0]	0[0.0]	0[0.0]	0[0.0]	0[0.0]
<b>p<sub>1</sub></b>	0[0.0]	0[0.0]	0[0.0]	0[ <b>0.2</b> ]	0[ <b>0.3</b> ]	0[ <b>0.2</b> ]
<b>p<sub>2</sub></b>	0[0.0]	0[0.0]	0[0.0]	0[ <b>0.2</b> ]	0[ <b>0.2</b> ]	0[0.1]
<b>b<sub>1</sub></b>	0[0.0]	0[0.0]	0[0.0]	0[0.0]	0[0.0]	0[0.0]
<b>b<sub>2</sub></b>	0[0.0]	0[0.0]	0[0.0]	0[0.1]	0[0.0]	0.1[0.0]

Tabelle 3.2.: Korrelationskoeffizienten der Parameter der IO und der Verzeichnung mit den Parametern der EO, sowie die Varianz der Koeffizienten

gen einer schiefen optischen Achse und daher miteinander korreliert. Die nahezu lineare Korrelation der einzelnen Parameter der radial-symmetrischen Verzeichnung  $k_1, k_2, k_3$  untereinander deutet darauf hin, dass das Modell für die kalibrierten Kamerasysteme überparametriert war. Tabelle 3.2 zeigt die Korrelationskoeffizienten zwischen den Parametern der IO und der EO sowie der Verzeichnung. Generell ist hier die hohe Korrelation von  $c$  mit den X- und Y-Komponenten des Projektionszentrums auffällig. Ferner wurden die Varianzen der Korrelationskoeffizienten dargestellt, um auf die relativ hohe Streuung hinzuweisen. Hier kommt es für die Komponenten des Hauptpunkts und der radial-asymmetrischen Verzeichnung für einige Bildlagen zu hohen Korrelationskoeffizienten von bis zu 0.9.

### 3.6. Bewertung der generischen Abbildungsmodelle

In diesem Abschnitt sollen die vorgestellten Modelle hinsichtlich ihrer theoretischen Eignung als generisches klassenübergreifendes Modell hin untersucht werden. Dafür wird die Modellierbarkeit der vorgestellten Klassen-Standardmodelle sowie der raytracing-Daten von vier synthetischen Systemen durch die vorgeschlagenen generischen Modelle überprüft. Das Ziel soll sein, dasjenige Modell zu ermitteln, welches diese Referenzdaten präzise modelliert, dabei aber möglichst wenige Parameter, d.h. eine geringe Komplexität, besitzt. Im Allgemeinen steigt die Genauigkeit der Approximation der Modelle mit zunehmender Komplexität des approximierenden Modells an. Ab einem bestimmten Grad der Komplexität wird unweigerlich auch eine Teil des (Mess-)Rauschens mitmodelliert. Es gibt somit einen optimalen Grad an Komplexität des Modells, ab dem unerwünschte Effekte modelliert werden und der Genauigkeitsgewinn den Grad der notwendigen Komplexität nicht mehr aufwiegt. Zur Bewertung und dem Vergleich von Modellen mit unterschiedlicher Komplexität wurde in Kapitel 2.5 ein statistisches Prüfkriterium vorgestellt.



Im weiteren Verlauf des Abschnitts soll das Geometric AIC (GAIC) zur Bestimmung der optimalen Anzahl von Parametern verwendet werden.

Im Zuge der nachfolgend durchgeführten Bewertungen der vorgestellten generischen Modelle werden nun drei Arbeitshypothesen aufgestellt:

- **Generisches Modell**  
Es gibt ein generisches Modell, welches den durch die Klassenmodelle definierten Parameterraum hinreichend genau approximieren kann. Dieses Modell kann das Rational- oder Polynomialmodell sein.
- **Komplexität kontra spezifisches Modell**  
Der Einfluss eines spezifischen Modells auf die Genauigkeit einer Kalibrierung wiegt weniger als die Komplexität des Modells. Wird die Anzahl der Freiheitsgrade erhöht, kann jedes der untersuchten Modelle die ausgewählten optischen Systeme genau modellieren.
- **Rationalmodell kontra Polynomialmodell**  
Die Untersuchungen zeigen, dass das Rationalmodell dem Polynomialmodell bei gleichem Freiheitsgrad überlegen ist, im Sinne der Genauigkeit.

#### 3.6.1. Approximationsvermögen bei dioptrischen Kamerasystemen

In Abbildung 3.8a ist der gültige Parameterraum für das Klassenmodell der dioptrischen Systeme über  $L_D$  und  $\theta$  dargestellt. Die Genauigkeit der Approximation in Abhängigkeit der Anzahl der dafür notwendigen Parameter für die vorgeschlagenen generischen Abbildungsmodelle ist in Abbildung 3.25 dargestellt. Auf der X-Achse ist der Modellparameter  $L_D$  abgetragen und auf der Y-Achse der Fehler der Approximation als RMS bzw. die Anzahl der Parameter für den jeweiligen Approximationsschritt. Die zu erreichende Genauigkeit wurde auf einfache Maschinengenauigkeit ( $1e^{-8}$ ) festgelegt. Das Klassenmodell der katadioptrischen Systeme ist hier in blau dargestellt. Es zeigt sich, dass dieses Modell in genau drei Fällen äquivalent zu den spezifischen dioptrischen Modellen ist. Für  $L_D = -1$  entspricht es dem orthogonalen, für  $L_D = 0.5$  dem stereographischen und für  $L_D = 1$  dem perspektivischen Modell. Auffällig sind die vergleichsweise scharfen Genauigkeitseinschnitte um diese Äquivalenzen. Das Klassenmodell approximiert demnach ausschließlich diese drei spezifischen Modelle der dioptrischen Klasse und ist ansonsten nicht geeignet zur Modellierung der dioptrischen Abbildung. Es verwendet genau zwei Parameter. Das Polynomialmodell ist in rot dargestellt. Es erreicht über den gesamten Definitionsbereich die vorgegebene Genauigkeit. Im Bereich von  $-2 \leq L_D \leq 0$  sind 5-6 Parameter notwendig, wohingegen für den Definitionsbereich  $0 \leq L_D \leq 2$  die Anzahl notwendiger Parameter stark ansteigt. Eine Äquivalenz zwischen dem Polynomialmodell und dem dioptrischen Klassenmodell besteht für  $L_D = 0$ , was dem äquidistanten Modell mit  $r = c\theta$  entspricht. Die nicht stetigen Stellen der dargestellten Funktion resultieren aus der sich ändernden Anzahl von Parametern, die mit jeder Änderung eine abrupten Genauigkeitsänderung vollziehen. Schließlich ist das Rationalmodell in grün dargestellt. Hier zeigt sich über den gesamten Definitionsbereich ein ähnliches Genauigkeitsniveau

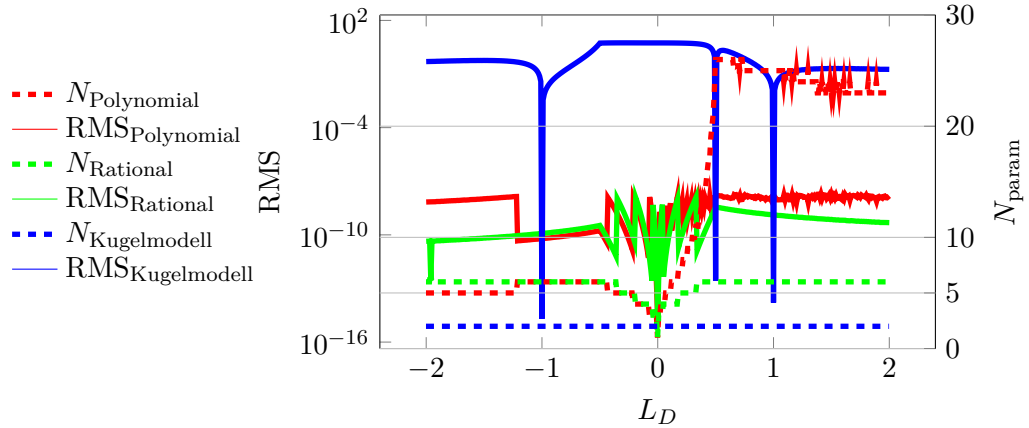


Abbildung 3.25.: Approximationsvermögen generischer Modelle bei dioptrischen Modellen

wie beim Polynommodell. Allerdings erreicht das Rationalmodell dieses Niveau bei höchstens sechs Parametern und im Bereich der Äquivalenz  $L_D = 0$  mit einer entsprechend kleineren Anzahl von Parametern.

Insgesamt zeigt sich das Rationalmodell dem Polynommodell überlegen im Bereich des durch das dioptrische Klassenmodell definierten Modellbereiches. Das Klassenmodell der katadioptrischen Systeme ist hingegen bis auf die drei Äquivalenzen nicht geeignet.

### 3.6.2. Approximationsvermögen bei katadioptrischen Kamerasystemen

Basierend auf dem für die Klasse der katadioptrischen Kamerasysteme gültigen und in Abbildung 3.8b dargestellten Definitionsbereiches ist in Abbildung 3.26 die Güte der Approximation durch die generischen Modelle dargestellt. Auf der X-Achse ist der Modellparameter  $L_K$  abgetragen und auf der Y-Achse der Fehler der Approximation als RMS bzw. die Anzahl der Parameter für den jeweiligen Approximationsschritt. Die zu erreichende Genauigkeit wurde wiederum auf einfache Maschinengenauigkeit ( $1e^{-8}$ ) festgelegt. Das Klassenmodell der dioptrischen Systeme - das Gennery-Modell - ist hier in blau dargestellt. Es zeigt genau zwei Äquivalenzen bei  $L_K = 0$  mit dem perspektivischen und bei  $L_K = 1$  mit dem stereographischen Modell. Die Anzahl der Parameter dieses Modells liegt konstant bei zwei. Auch bei diesem Modell ist der Bereich um die Äquivalenzen stark eingeschnitten, sodass das Gennery-Modell ausschließlich in diesem engen Bereich Gültigkeit hat. Das Polynommodell ist in der Abbildung in rot dargestellt. Es erreicht über den gesamten Definitionsbereich das angestrebte Genauigkeitsniveau. Im Bereich  $-1 \leq L_K \leq 1$  ist hierfür allerdings eine hohe Anzahl von rund 25 Parametern notwendig, um dieses Niveau zu erreichen. Erst im weiteren Verlauf fällt die notwendige Anzahl an Parametern auf unter zehn, was für eine allgemeine Anwendbarkeit in diesem Bereich spricht. Das Rationalmodell ist schließlich grün dargestellt. Mit einer Anzahl zwischen vier und sieben Parametern erreicht auch dieses Modell die angestrebte Genauigkeit. Offensichtlich zeigen sowohl das Rational- als auch das Polynommodell

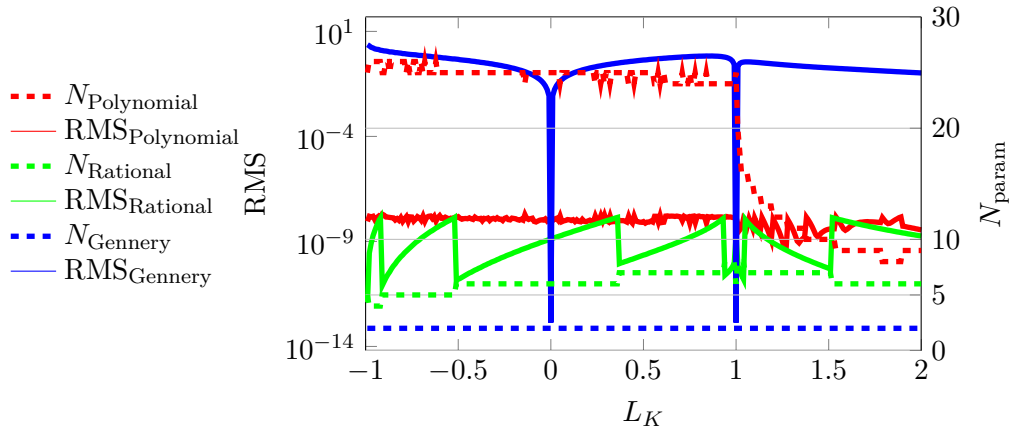


Abbildung 3.26.: Approximationsvermögen generischer Modelle bei katadioptrischen Modellen

keine Äquivalenzen mit dem Klassenmodell der katadioptrischen Systeme. Insgesamt zeigt sich das Rationalmodell dem Polynomialmodell über den gesamten Definitionsbereich überlegen im Sinne der geringeren Komplexität bei vergleichbarer Genauigkeit des Modells. Die unstetigen Stellen resultieren auch hier wiederum aus der sich ändernden Anzahl von Parametern.

### 3.6.3. Approximationsvermögen bei synthetischen Kamerasystemen

In diesem Abschnitt soll das Modellierungsvermögen der generischen Modelle an synthetischen Optiken evaluiert werden. Dazu wurden folgende Optiktypen in einem professionellem Programm zum Design optischer Systeme simuliert:

- Normalobjektiv (N-System) Das optische System hat eine nominale Brennweite von 40mm, einen Öffnungswinkel von  $42^\circ$  und entspricht weitestgehend dem Ideal des perspektivischen Modells.
- Fischaugenobjektiv (FA-System) Dieses System hat einen Öffnungswinkel von  $170^\circ$  und eine nominale Brennweite von 3mm. Dieses optische System entspricht einem Modell zwischen dem flächentreuen und orthogonalen Modell.
- Katadiotriksystem (KD-System) Dieses Spiegellinsensystem hat einen Öffnungswinkel von  $188^\circ$  und entspricht mit 15mm Brennweite dem katadioptrischen Klassenmodell.
- Weitwinkelsystem (WW-System) Dieses extreme Weitwinkelsystem besitzt einen Öffnungswinkel von  $210^\circ$  bei 19mm Brennweite und entspricht einem Modell zwischen dem flächentreuen und orthogonalen Modell.

Somit sind zwei Optiksyste, die weitestgehend einem der obigen Idealmodelle und zwei Optiksyste, die zwischen zwei der obigen Idealmodell liegen, Gegenstand der folgenden

### 3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung

Modell	N-System	KD-System	FA-System	WW-System
<b>Gennery</b>				
<b>RMS</b>	0.002	0.184	0.029	0.175
<b>DOF</b>	2	2	2	2
<b>GAIC</b>	4.8	18.7	17.6	22.3
<b>Kugel</b>				
<b>RMS</b>	0.002	0.054	0.095	1.492
<b>DOF</b>	2	2	2	2
<b>GAIC</b>	4.8	18.4	17.7	44.3
<b>Polynomial</b>				
<b>RMS</b>	0.009	0.024	0.042	0.029
<b>DOF</b>	2	4	2	3
<b>GAIC</b>	4.8	18.8	17.6	22.2
<b>Rational</b>				
<b>RMS</b>	0.003	0.014	0.016	0.053
<b>DOF</b>	2	3	2	3
<b>GAIC</b>	4.8	18.6	17.6	22.2

Tabelle 3.3.: Vergleich des Approximationsvermögens generischer Modell für synthetische Optiksyste mit Zwei-Parameter-Modellen

Untersuchung. Tabelle 3.3 stellt die Bewertung der generischen Abbildungsmodelle für die synthetischen Optiken dar. Zur besseren Vergleichbarkeit wurde für das Polynomial- und Rationalmodell das Genauigkeitsniveau des besten Klassenmodells als Zielgröße für das statistische Kriterium gewählt. In den Spalten der Tabelle ist das jeweilige optische System abgetragen. In den Zeilen sind die charakteristischen Größen der einzelnen Modelle dargestellt. Das sind die Approximationsgenauigkeit Root Mean Square (RMS), die Anzahl an benötigten Parametern bzw. der Freiheitsgrad des Modells Degree of Freedom (DOF) und das statistische Prüfkriterium GAIC. Die Rangfolge des GAIC-Wertes bestimmt das optimale Modell im Sinne des Verhältnisses der Anzahl von Parametern und erzielter Genauigkeit. Alle vier Modelle bilden das Normalobjektiv am besten ab. Dies liegt in dem vergleichsweise engen Blickfeld begründet, da sich die optischen Systeme bauartbedingt im Randbereich nicht mehr ideal verhalten. Das katadioptrische System wird optimal durch das Kugelmodell als Klassenmodell beschrieben. Es weist den geringsten GAIC auf. Das Fischaugen-System wird von allen vier Modellen ähnlich gut dargestellt, wobei das Rationalmodell hier optimal erscheint. Für das Weitwinkel-System stellen sich das Polynom- und Rationalmodell als optimal dar, mit leichten Vorteilen für das Polynomialmodell. Die beiden Klassenmodelle hingegen erreichen eine Genauigkeit, die um Größenordnungen schlechter ist, als die der beiden approximierenden Modelle. Insgesamt stellt sich wiederum das Rationalmodell im Sinne eines klassenübergreifenden

### 3.6. Bewertung der generischen Abbildungsmodelle

Modell	N-System	KD-System	FA-System	WW-System
<b>Gennery</b>				
<b>RMS</b>	$9.45e^{-6}$	$3.15e^{-5}$	$2.61e^{-5}$	$1.49e^{-2}$
<b>DOF</b>	7	9	7	6
<b>GAIC</b>	2.15	2.28	2.21	2.14
<b>Kugel</b>				
<b>RMS</b>	$9.45e^{-6}$	$3.53e^{-5}$	$2.68e^{-5}$	$2.27e^{-2}$
<b>DOF</b>	7	6	8	7
<b>GAIC</b>	2.15	2.24	2.23	2.15
<b>Polynomial</b>				
<b>RMS</b>	$9.45e^{-6}$	$3.15e^{-5}$	$2.69e^{-5}$	$1.36e^{-2}$
<b>DOF</b>	6	8	7	6
<b>GAIC</b>	2.13	2.26	2.21	2.14
<b>Rational</b>				
<b>RMS</b>	$1.12e^{-5}$	$3.37e^{-5}$	$2.58e^{-5}$	$1.49e^{-2}$
<b>DOF</b>	5	5	7	5
<b>GAIC</b>	2.11	2.21	2.21	2.12

Tabelle 3.4.: Vergleich des Approximationsvermögens generischer Modell für synthetische Optiksysteeme ohne Genauigkeitsbegrenzung

Modells als optimal dar, da es für jedes der evaluierten Optik-Systeme die Referenzgenauigkeit bei gleichzeitig minimaler Anzahl an Parametern erreicht. Da in der Praxis der Kamerakalibrierung klassischerweise Abbildungsmodelle um ein Verzeichnungsmodell ergänzt werden, soll abschließend das Verhalten der beiden Klassenmodell bei Ergänzung um eine radial-symmetrische Verzeichnungs-komponente untersucht werden. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3.4 zusammengefasst. Die dargestellten Genauigkeiten wurden anhand es jeweils minimalen GAIC ausgewählt und stellen demnach ein optimales Modell im Sinne der Genauigkeit und Komplexität dar. Die Spalten der Tabelle repräsentieren die untersuchten synthetischen optischen Systeme. Die Zeilen geben die Kennzahlen der jeweiligen Modelle wieder. Der Anzahl der Parameter bzw. der Freiheitsgrad DOF der beiden Klassenmodelle setzt sich aus den beiden Modellparametern und der entsprechenden Anzahl an Parametern des Verzeichnungsmodells zusammen. Insgesamt haben die erzielten Genauigkeiten ein ähnliches Niveau über alle optischen Systeme und Modelle hinweg. Einzig bei dem WW-System kommt es zu einem deutlichen Genauigkeitsdefizit im Vergleich zu den anderen Systemen. Hier bedingt offenbar der extreme Öffnungswinkel Effekte, die mit der hier vorgestellten Methodik nicht genau modellierbar sind. Wiederum zeigt das Rationalmodell gegenüber dem Polynomialmodell leichte Vorteile, was die Anzahl der notwendigen Parameter und die erzielte Genauigkeit anbelangt. Im Unterschied zur Untersuchung in den Abschnitten 3.6.1 und 3.6.2 konnten die beiden

### *3. Kamerasysteme und Abbildungsmodellierung*

Klassenmodelle, ergänzt um ein Verzeichnungsmodell, ähnliche Genauigkeiten erzielen, wie die approximierenden Modelle bei vergleichbarer Anzahl an Parametern.

## 4. Kalibrierung von Kamerasystemen

Die Kalibrierung eines Kamerasystems bzw. dessen Einzelkameras, das heißt, die Bestimmung der Parameter des Abbildungsmodells, ist eine der wesentlichen Aufgaben im Bereich der Photogrammetrie und Computer Vision. Nur über die Kenntnis des Abbildungsmodells und seiner Parameter sind genaue Messungen im Objektraum über die Kamerabilder möglich. Man unterscheidet im Wesentlichen zwei übliche Methoden, die direkte und die indirekte Kalibrierung. Bei der direkten Kalibrierung werden die Parameter des Modells mit einer physikalischen Entsprechung direkt gemessen. So können zum Beispiel der Hauptpunkt und die Brennweite, als Parameter der Inneren Orientierung (IO), durch Autokollimation eines Laserstrahls direkt bestimmt werden. Auch die Parameter der Äußeren Orientierung (EO) lassen sich prinzipiell direkt über ein GNSS-System und Inertialsystem messen. In der Praxis bedeutet die direkte Kalibrierung allerdings einen hohen technischen Aufwand. Ferner, so auch im Fall der hier beschriebenen generischen Modelle, besitzen Abbildungsmodelle häufig keine physische Repräsentation, die sich direkt messen ließe. Die indirekte Messfeldkalibrierung schätzt die Modellparameter anhand von bekannten Beobachtungen. Dafür müssen Objekt- und Bildkoordinaten abgebildeter Objekte bekannt sein. Typischerweise werden hierfür Kreise oder Schachbrettmuster verwendet, da sich diese überwiegend automatisch hochpräzise im Bild bestimmen lassen. Im weiteren Verlauf der Arbeit soll die indirekte Messfeldmethode für die Kamerakalibrierung verwendet werden. Bewusst wurde hier der klassische Ansatz des Bündelblockausgleiches aus der Photogrammetrie gewählt, um einen robusten und gut untersuchten Ansatz zu verwenden und um auf bestehende Kalibrieremittel zurückgreifen zu können. In der Literatur existieren unzählige Methoden, eine Kamera zu kalibrieren. Meist ist die Kalibriermethodik durch die spezifische Modellierung getrieben. In dieser Arbeit soll nun eine Methodik der Kalibrierung vorgestellt werden, die einheitlich auf alle im vorigen Abschnitt vorgestellten Kameras anwendbar ist. Insbesondere lassen sich so zentrale und nicht zentrale Dioptriken und Katadioptriken mit ein und der selben Methode kalibrieren. So wird in Kapitel 4.1 zunächst der allgemeine Ansatz zur Bestimmung der Modellparameter, das heißt Kalibrierung, für einzelne Kamerasysteme vorgestellt. In Kapitel 4.1.1 wird der Aufbau des in der Arbeit verwendeten Messfeldes vorgestellt. Hier wird der Mittelpunkt kreisrunder Markierungen verwendet, da sich die Mittelpunkte der Abbildungen dieser kreisrunden Markierungen gut im Bild bestimmen lassen. Die Referenzpositionen der Kreismittelpunkte und die Mittelpunkte der Kreisabbildungen im Bildraum bilden die Beobachtungen zur indirekten Bestimmung der Parameterwerte. Für die Anwendung eines gradientenbasierten Optimierungsverfahrens nichtlinearer Abbildungsmodelle bzw. Funktionen werden Startwerte für die Linearisierung benötigt. Abschnitt 4.1.2 stellt ein generisches zweistufiges Verfahren vor, das für beliebige Kamerasysteme Startwerte für alle Parameter bestimmt. Hierfür ist kein Vorwissen über diese

## 4. Kalibrierung von Kamerasystemen

Parameter notwendig. Unter Verwendung der Beobachtungen und Startwerte wird nun in Abschnitt 4.1.3 die eigentliche Kalibrierung der Modellparameter vorgestellt. Hierzu werden die Werte der Parameter über ein Optimierungsverfahren optimal im Sinne eines Fehlerkriteriums geschätzt. Daran anschließend wird in Kapitel 4.2 die Verwendung eines Stereosystems bestehend aus zwei generischen Kamerasystemen vorgestellt. Dazu wird zunächst in Abschnitt 4.2.1 das Prinzip der Epipolargeometrie für generische Abbildungsmodelle angepasst und beschrieben. In Abschnitt 4.2.2 wird dann die Methode der Bestimmung der Parameter der Relativen Orientierung vorgestellt. Schließlich wird in Abschnitt 4.2.3 die Herleitung von 3D-Informationen aus solchen Stereokamerasystemen angegeben.

### 4.1. Kalibrierung einer Kamera

Die in dem Abschnitt 3.1 vorgestellte allgemeine Modellierung von Nahbereichskamerasystemen und in die in diesem Abschnitt vorgestellte generische Modellierung der optischen Abbildung bilden den ersten Schritt einer Kalibrierung, die Bestimmung des zu verwendenden Abbildungsmodells. In diesem Kapitel soll nun der zweite Schritt der Kalibrierung, die Bestimmung der Modellparameter, vorgestellt werden. Dazu wird zunächst der Messaufbau beschrieben und evaluiert. Anschließend wird die Methodik zur Bestimmung der Startwerte mit anschließender Schätzung der Parameterwerte dargestellt.

#### 4.1.1. Messfeld

Die Art des Messfeldes bestimmt nicht nur den generellen Aufbau der Kalibrierung und die Genauigkeit und Art der Resultate, sondern auch die zu verwendenden Methoden der Kalibrierung. Ein Messfeld besteht hier aus einer Vielzahl einzelner signalisierter Referenzpunkte, deren relative Lage zueinander hoch genau bekannt ist. Grundsätzlich sind planare Messfelder einfacher in der Herstellung und Handhabung als räumliche Messfelder. Allerdings sind einige Restriktionen bei der Verwendung von 2D-Messfeldern zu beachten. Insbesondere bei der Verwendung planarer Kalibrierstrukturen zur Startwertgewinnung gibt es Einschränkungen bezüglich der bestimmbaren Parameter aus einer einzelnen Aufnahme. Zum Beispiel gibt es Mehrdeutigkeiten für die Parameter der Äußeren Orientierung (EO). Die Verwendung von kreisrunden Referenzstrukturen in der Nahbereichsphotogrammetrie ist durch zwei wesentliche Eigenschaften motiviert. Unter Annahme einer perspektivischen Abbildung werden Kreise im Objektraum auf Ellipsen im Bildraum abgebildet. Dabei geht man davon aus, dass der Mittelpunkt der Ellipse im Bildraum das Abbild des Mittelpunktes des Kreises im Objektraum ist. Eine Analyse dieses Zusammenhangs erfolgt weiter unten. Des Weiteren lassen sich die Mittelpunkte der Ellipsen im Bildraum robust mittels etablierter Methoden bestimmen. Eine ausführliche Abhandlungen der Verwendung von Messfeldern aus kreisrunden Referenzpunkten ist in Otepka (2004) gegeben. Das in dieser Arbeit verwendete dreidimensionale Messfeld ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Als Messpunktfeld wird eine Laborwand mit kreisrunden Marken verwendet. Jede Seite spannt ca. 2x2 Meter auf. Insgesamt sind 180 Marken platziert,



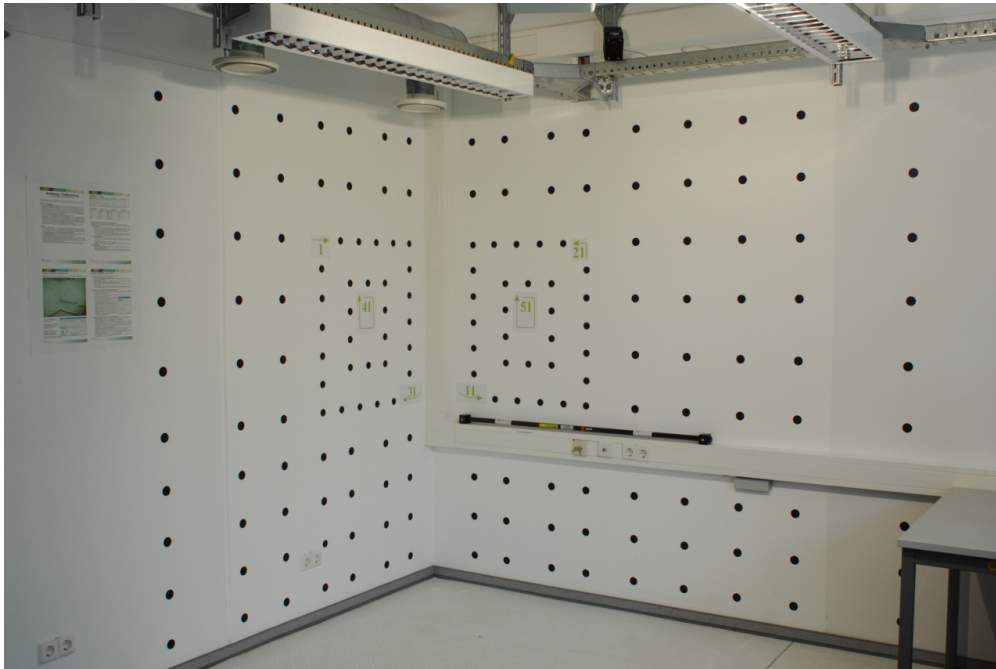


Abbildung 4.1.: Messpunktfeld für die Kamerakalibrierung; In der Bildmitte liegend: Referenzskale

deren räumliche Mittelpunkte mit einer Genauigkeit von ca.  $15\mu m$  bekannt sind. Das Feld selbst wurde mittels der klassischen Methode des Bündelblockausgleiches und einer zertifizierten Messkamera kalibriert. Diese Kalibrierung wurde ferner durch zertifizierte Skalen gestützt. Dafür wurden 300 Aufnahmen aus unterschiedlichen Positionen und Orientierungen gemacht. Jeder Referenzpunkt, das heißt Kreismittelpunkt, wird durch rund 90 Bildpunktstrahlen gestützt. Das Messfeld befindet sich in einem klimatisierten optischen Labor, in dem die Beleuchtungs- und Temperatureigenschaften als konstant angesehen werden können. Beides sind Einflüsse auf die Resultate der Kalibrierung. Besonderes Augenmerk gilt den kreisrunden Referenzpunkten. Es ist allgemein bekannt, dass der eigentlich als Korrespondenz von Bild- und Objektraum verwendete Kreismittelpunkt nicht invariant gegenüber dem klassischen perspektivischen Abbildungsmodell ist. In Abhängigkeit der Aufnahmegeometrie und Kreisgröße kommt es zu der sogenannten Exzentrizität. Der im Bild gemessene Ellipsenmittelpunkt ist gegenüber dem Abbild des wahren Kreismittelpunktes entlang der Hauptachse der Ellipse verschoben. Dieser Effekt ist in Abbildung 4.2 dargestellt. Für sonst gleiche Bedingungen ist hier die Abweichung des wahren Kreismittelpunktes der Referenz (schwarzes Kreuz) zum errechneten Ellipsenmittelpunkt (rotes Plus) dargestellt. Zu erkennen ist die vergleichsweise starke Ausprägung bei der perspektivischen Abbildung in 4.2a, die mäßige Ausprägung bei der katadioptrischen Abbildung in 4.2b und die kaum vorhandene Verschiebung bei der idealen Fischaugenabbildung in Abbildung 4.2c. Insgesamt ist der Effekt in der Regel recht klein und kann bei sorgfältiger Planung der Aufnahmegeometrie der Kalibrierung

#### 4. Kalibrierung von Kamerasystemen

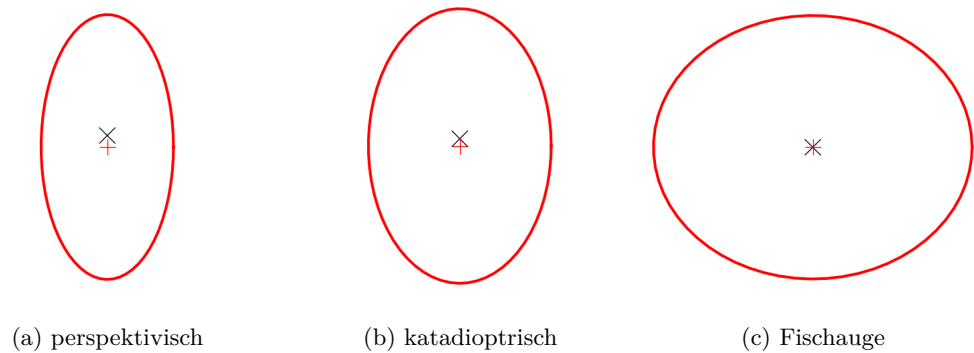


Abbildung 4.2.: Darstellung der Exzentrizität für verschiedene Abbildungsmodelle

weitestgehend eliminiert werden. In Heikkilä und Silven (1997) und Johansson (2005) wird die Modellierung der Exzentrizität für perspektivische Abbildungen beschrieben und auch wie diese bei der Kalibrierung berücksichtigt werden kann. Die beiden wesentlichen Einflüsse sind die Größe der Ellipse im Bild und die Inklination. Abbildung 4.3 zeigt die relativen Abweichungen der tatsächlichen von den berechneten Mittelpunkten, abgetragen über der Inklination für die einzelnen Abbildungsmodelle. Bis auf das perspektivische und orthogonale Modell liegen die Modelle für Fischaugen- und Katadioptriksysteme bei unter 5% Abweichung, was bei einer Ellipse mit Halbachsenradius von von 12.5 Pixeln einer Abweichung von 0.6 Pixeln entspricht. Somit ist dieser Fehler vernachlässigbar, solange die Ellipsengröße entsprechend klein ist. Insbesondere für Fischaugensysteme ist der Effekt der Exzentrizität kaum ausgeprägt. Daher wurde bei der Kalibrierung darauf geachtet, dass das Abbild der Kreismarker möglichst klein, das heißt unter 25 Pixeln Durchmesser bleibt, um die potentielle Abweichung des ermittelten Ellipsenmittelpunktes vom wahren Mittelpunkt zu minimieren. Dies wird erreicht, indem der Aufnahmeabstand entsprechend der Größe der Abbildungen der Kreismarker für jede Bildaufnahme angepasst wird.

##### 4.1.2. Startwerte

Da es sich bei den in Abschnitt 3.3 vorgestellten generischen Modellen um nichtlineare Funktionen handelt und die Parameteroptimierung im Allgemeinen gradientenbasiert ist, muss das Abbildungsmodell, wie auch das Verzeichnungsmodell linearisiert werden. Die Bestimmung der hierfür notwendigen Startwerte, an denen die Linearisierung durchgeführt wird, ist der entscheidende Punkt bei der gesamten Kalibrierung. Die Genauigkeit der ermittelten Startwerte bestimmt maßgeblich über den Erfolg der Kamerakalibrierung. Dazu wird nachfolgend eine Methodik entwickelt, die für beliebige Kamerasysteme anwendbar ist, sofern diese den in Abschnitt 3.1.1 formulierten vier Bedingungen der allgemeinen Abbildung genügen. Das Verfahren besteht aus zwei Schritten. Im ersten Schritt wird die Bedingung des Erhaltes des Azimutes genutzt. Dieser Schritt bestimmt Startwerte für alle Parameter außer der Kamerakonstante des Zentrumsstrahls  $c_0$  als

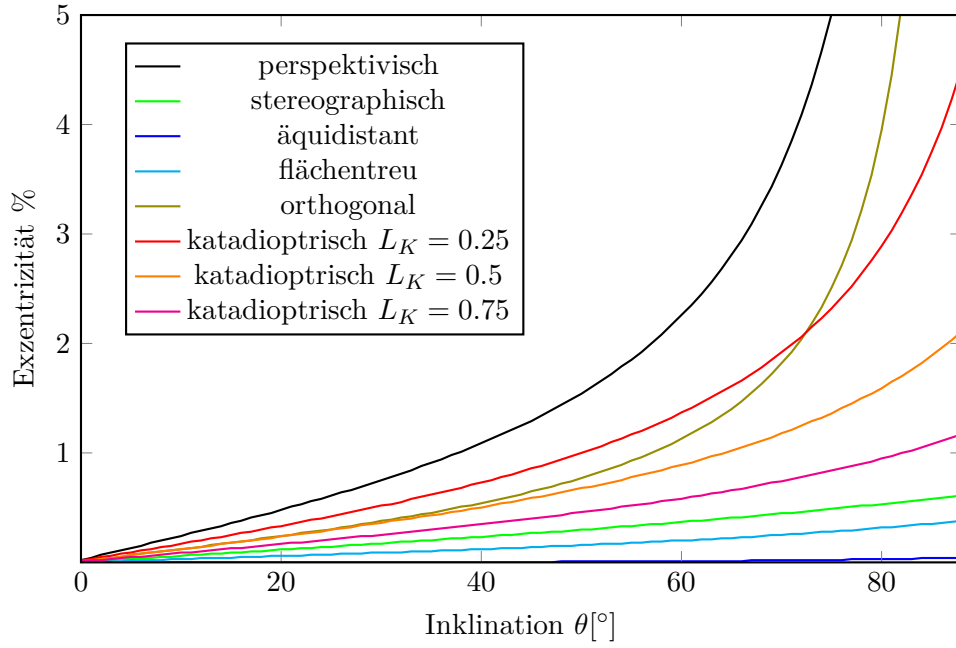


Abbildung 4.3.: Relative Ausdehnung der Exzentrizität bei verschiedenen Abbildungsmodellen bei einem Ellipsendurchmesser von 25 Pixeln

wesentliche Komponente des Abbildungsmodells, und der Z-Komponente der EO. Unter Annahme eines Polynomialmodells des Abbildungsvorganges, wie er in Abschnitt 3.3.1 motiviert wurde und den bereits bestimmten Startwerten werden in einem zweiten Schritt die beiden noch fehlenden Werte für  $c_0$  und  $Z_0$  bestimmt.

## 1. Schritt

Dieser Ansatz geht von der mit Gleichung (3.2) formulierten Annahme aus, dass bei der Abbildung lediglich der Azimut  $\varphi_o$ , der Winkel in der xy-Ebene, erhalten bleibt und es gilt:  $\varphi_o = \varphi_i$ . Diese Annahme ist in Abbildung 4.4 dargestellt. Hier sind die xy-Komponente des Objektpunktstrahles  $\vec{p}$  und der Bildpunktvektor  $\vec{r}$  parallel. Dieser Zusammenhang lässt sich wie folgt ausdrücken:

$$\vec{p} \parallel \vec{r} \rightarrow \vec{p} \times \vec{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = x \cdot y' - y \cdot x' = 0 \quad (4.1)$$

#### 4. Kalibrierung von Kamerasystemen

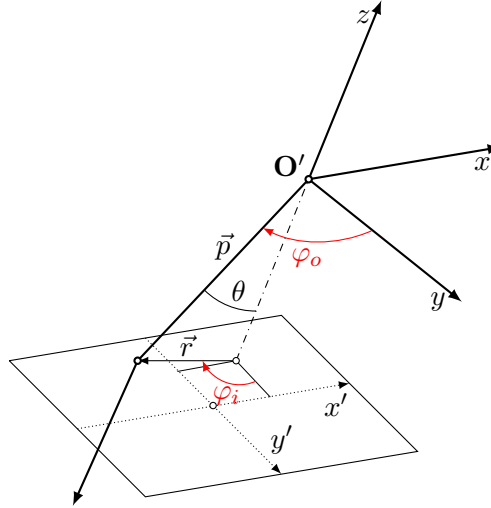


Abbildung 4.4.: Parallelität des objekt- und bildseitigen Punktstrahls

Durch Verallgemeinerung der Kollinearitätsgleichungen und Erweiterung um Affinität und Scherung, entsteht folgendes allgemeines Abbildungsmodell:

$$\begin{aligned} x' - x_0 &= -c' \frac{\mathbf{i}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)}{\mathbf{k}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)} \Rightarrow x = c' \frac{\mathbf{X}'}{\mathbf{Z}'} \\ y' - y_0 &= -c' \frac{b_1 \mathbf{j}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0) + b_2 \mathbf{i}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)}{\mathbf{k}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)} \Rightarrow y = c' \frac{\mathbf{Y}'}{\mathbf{Z}'} \end{aligned} \quad (4.2)$$

wobei

$$c' = -r \cot \theta$$

das spezifische Abbildungsmodell repräsentiert (siehe 2. Schritt). Durch Division der x- und y-Komponente entsteht folgender Zusammenhang, der der Gleichung (4.1) entspricht:

$$\frac{x' - x_0}{y' - y_0} = \frac{\mathbf{i}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)}{b_1 \mathbf{j}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0) + b_2 \mathbf{i}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)} \quad (4.3)$$

Gleichung (4.3) lässt sich analog zum Direkte Lineare Transformation (DLT)-Ansatz in folgende lineare Form bringen:

$$\mathbf{a}' x' \mathbf{X} + a'_4 x' - \mathbf{b}' y' \mathbf{X} - b'_4 y' + \mathbf{c}' \mathbf{X} + c_4 = 0 \quad (4.4)$$

oder mit linear unabhängigen Koeffizienten, das heißt geteilt durch  $c_4$ , ausgedrückt:

$$\mathbf{a} x' \mathbf{X} + a_4 x' - \mathbf{b} y' \mathbf{X} - b_4 y' + \mathbf{c} \mathbf{X} + 1 = 0 \quad (4.5)$$

mit folgenden Substitutionen

$$\begin{aligned}
\mathbf{a} &= \frac{b_1 \mathbf{j} + b_2 \mathbf{i}}{c_4} \\
a_4 &= - \frac{(b_1 \mathbf{j} + b_2 \mathbf{i})^T \mathbf{X}_0}{c_4} \\
\mathbf{b} &= \frac{\mathbf{i}}{c_4} \\
b_4 &= - \frac{\mathbf{i}^T \mathbf{X}_0}{c_4} \\
\mathbf{c} &= \frac{y_0 \mathbf{i} - x_0 (b_1 \mathbf{j} + b_2 \mathbf{i})}{c_4}
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Folgende Unterschiede gegenüber der klassischen DLT-Methode charakterisieren diesen Modellansatz. Es existiert keine klassische Kamerakonstante  $c$ . Durch Division kürzt sich die entsprechende Komponente der Kamerakonstante  $c'$  aus dem Gleichungssystem. Ferner bleiben in diesem Ansatz auch keine Informationen über die Z-Komponente der EO enthalten, da  $\mathbf{Z}'$  durch die Division ebenfalls entfallen ist. Das bedeutet, in diesem Schritt lassen sich  $c'$  und  $Z_0$  nicht bestimmen. Allerdings sind alle anderen Komponenten bestimmbar. Somit ist dieser Schritt völlig unabhängig vom konkreten Abbildungsmodell.

Analog zur DLT-Methode lässt sich Gleichung 4.5 über elf bekannte Punktkorrespondenzen direkt lösen. Hierfür gelten unter der Bedingung der Orthonormalität der Rotationsmatrix  $[\mathbf{ijk}]$  folgende Zusammenhänge:

$$\begin{aligned}
\mathbf{a}^T \mathbf{a} &= \frac{b_1^2 + b_2^2}{c_4^2} \\
\mathbf{a}^T \mathbf{b} &= \frac{b_2}{c_4^2} \\
\mathbf{a}^T \mathbf{c} &= \frac{y_0 b_2 - x_0 (b_1^2 + b_2^2)}{c_4^2} \\
\mathbf{b}^T \mathbf{b} &= \frac{1}{c_4^2} \\
\mathbf{b}^T \mathbf{c} &= \frac{y_0 - x_0 b_2}{c_4^2} \\
\mathbf{c}^T \mathbf{c} &= \frac{(y_0 + b_2)^2}{c_4^2}
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Ausgehend von den in den Gleichungen (4.6) und (4.7) dargestellten Zusammenhängen, lassen sich nun folgende Zusammenhänge mit den Parametern aus (4.2) ermitteln. Für

#### 4. Kalibrierung von Kamerasystemen

die Parameter der Affinität und Scherung gilt:

$$\begin{aligned}\frac{\mathbf{a}^T \mathbf{b}}{\mathbf{b}^T \mathbf{b}} &= b_2 \\ \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{a}}{\mathbf{b}^T \mathbf{b}} - b_2^2 &= b_1^2\end{aligned}\tag{4.8}$$

Die Mehrdeutigkeit von  $b_1$  bezüglich des Vorzeichens wird weiter unten behandelt. Für die beiden Parameter des Hauptpunktes  $x_0$  und  $y_0$  gilt folgendes lineares Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}\frac{\mathbf{a}^T \mathbf{c}}{\mathbf{b}^T \mathbf{b}} &= x_0 (-b_1^2 - b_2^2) + y_0 b_2 \\ \frac{\mathbf{b}^T \mathbf{c}}{\mathbf{b}^T \mathbf{b}} &= x_0 (-b_2) + y_0\end{aligned}\tag{4.9}$$

Dieses Gleichungssystem lässt sich nun über bekannte Methoden, zum Beispiel die Singular Value Decomposition (SVD), lösen. Für den Skalierungsfaktor  $c_4$  gilt:

$$c_4^2 = \frac{1}{\mathbf{b}^T \mathbf{b}} \Rightarrow c_4 = \sqrt{\frac{1}{\mathbf{b}^T \mathbf{b}}}\tag{4.10}$$

Die Mehrdeutigkeit bezüglich des Vorzeichens von  $c_4$  lässt sich wie folgt auflösen. Zunächst gilt für die Komponenten der orthonormalen Rotationsmatrix:

$$\begin{aligned}\mathbf{i} &= \mathbf{b} c_4 \\ \mathbf{j} &= \frac{\mathbf{a} c_4 - b_2 \mathbf{i}}{b_1}\end{aligned}\tag{4.11}$$

sowie für die gedrehten Komponenten der EO:

$$\begin{aligned}\mathbf{i}^T \mathbf{X}_0 &= -b_4 c_4 \\ \mathbf{j}^T \mathbf{X}_0 &= -c_4 \frac{a_4 - b_2 b_4}{b_1}\end{aligned}\tag{4.12}$$

Da sich das Vorzeichen von  $c_4$  wie eine Spiegelung entlang der Hauptachse auswirkt, kann über folgenden Projektionstest geprüft werden, welches Vorzeichen das korrekte im Sinne einer ungespiegelten Abbildung ist:

$$\begin{aligned}x^* &= \mathbf{i}^T \mathbf{X} - \mathbf{i}^T \mathbf{X}_0 \\ y^* &= \mathbf{j}^T \mathbf{X} - \mathbf{j}^T \mathbf{X}_0\end{aligned}\tag{4.13}$$

Wenn die projizierten  $[x^*, y^*]^T$  und die gemessenen  $[x' - x_0, y' - y_0]^T$  Bildpunktkoordinaten im selben Quadranten der Bildfläche liegen, muss folgende Bedingung gelten:

$$\max_i \sum (x'_i - x_0) x_i^* + (y'_i - y_0) (b_1 y_i^* + b_2 x_i^*)\tag{4.14}$$

Somit ist das Vorzeichen von  $c_4$  entsprechend der maximalen Prüfgröße nach Bedingung (4.14) zu wählen. Gegebenenfalls sind die von  $c_4$  abhängigen Variablen erneut zu bestimmen. Die fehlende Komponente der Rotationsmatrix  $\mathbf{k}$  ist ebenfalls über die Eigenschaft der Orthonormalität bestimmbar:

$$\mathbf{k} = \mathbf{i} \times \mathbf{j} \quad (4.15)$$

Streng genommen gilt der Ansatz in (4.5) nur für den fehlerfreien Fall. Insbesondere bei signifikanten Fehlern in den Referenzpunktdaten, zum Beispiel durch vertauschte Zuordnungen, liefert die vorgestellte Methodik häufig falsche Werte für die Parameter. Kann die Fehlerfreiheit bezüglich solcher Korrespondenzvertauschungen oder andere grober Fehler nicht ausgeschlossen werden, so muss diese Methodik durch ein robustes Schätzverfahren erweitert werden. In dieser Arbeit wurde hierfür das bekannte Least Median of Squares (LMedS)-Verfahren verwendet. Mit Abschluss des ersten Schrittes liegen nun Startwerte für folgende Parameter vor:  $\{\mathbf{i}^T X_0, \mathbf{i}^T Y_0, \omega, \varphi, \kappa, x_0, y_0, b_1, b_2\}$ . Die Mehrdeutigkeit bezüglich des Vorzeichens von  $b_1$  wird nun im zweiten Schritt aufgelöst.

## 2. Schritt

Für die verallgemeinerten Kollinearitätsgleichungen ist  $c'$  eine Funktion von  $\theta$  für ein bestimmtes Abbildungsmodell:

$$c' = -r \cot \theta \quad (4.16)$$

Der Radius  $r$  ist durch die gemessenen Bildpunkte und die berechneten Startwerte des Hauptpunktes bestimmbar. Als Abbildungsmodell wird nun das in Abschnitt 3.3.1 vorgestellte und motivierte Polynomialmodell eines bestimmten Grades  $n$  angenommen:

$$r(\theta) = \sum_{i=0}^n c_i \theta^{2i+1} \quad (4.17)$$

Die generische Anwendbarkeit des Polynomialmodells wurde in Abschnitt 3.6 gezeigt und stellt damit ein solides Modell zu Schätzung der Startwerte dar. Da nun  $r$  die bekannte und  $\theta$  die unbekannte Größe ist, gilt für die Approximation der Inversen Funktion von 4.17 nach Gonzalez-Cardel und Diaz-Urbe (2006):

$$\theta(r) = \sum_{i=0}^n k_i r^{2i+1} \quad (4.18)$$

wobei  $k_i$  Substitutionen der Ausgangskoeffizienten  $c_i$  sind. Insbesondere für  $c_0$  als relevante Größe für die Kamerakonstante des Zentrumsstrahls und nominale Brennweite gilt:

$$c_0 = \frac{1}{k_0} \quad (4.19)$$

Substitutionen für die weiteren Koeffizienten sind in Gonzalez-Cardel und Diaz-Urbe (2006) angegeben. Weiterhin kann der Kotangens durch eine Reihenentwicklung appro-

#### 4. Kalibrierung von Kamerasystemen

ximiert werden, was schließlich zu folgender Näherung von (4.16) führt:

$$c' = - \sum_{i=0}^n h_i r^{2(i+1)} \quad (4.20)$$

mit:

$$h_0 = \frac{1}{k_0} = c_0 \quad (4.21)$$

Nach Einsetzen von 4.20 in 4.2, Festsetzen des Poynomialgrades  $n$  und Umformen nach den Unbekannten  $h_i, \mathbf{k}^T \mathbf{X}_0$  entsteht folgendes lineares Gleichungssystem, das mit bekannten Methoden gelöst werden kann:

$$\begin{aligned} \frac{(x' - x_0) \mathbf{k}^T \mathbf{X}}{\mathbf{i}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)} &= \mathbf{k}^T \mathbf{X}_0 \frac{x' - x_0}{\mathbf{i}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)} - \sum_{i=0}^n h_i r^{2(i+1)} \\ \frac{(y' - y_0) \mathbf{k}^T \mathbf{X}}{b_1 \mathbf{j}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0) + b_2 \mathbf{i}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)} &= \mathbf{k}^T \mathbf{X}_0 \frac{y' - y_0}{b_1 \mathbf{j}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0) + b_2 \mathbf{i}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)} - \sum_{i=0}^n h_i r^{2(i+1)} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Nach Resubstitution von  $h_i$  erhält man die gesuchten Parameter  $c_i$  und insbesondere  $c_0$  über den Zusammenhang aus (4.21). Wurde das Vorzeichen für  $b_1$  aus dem 1. Schritt falsch gewählt, entspricht das einer Spiegelung und drückt sich in einem negativen  $c_0$  aus. Da ein solcher Wert nicht den Modellanforderungen entspricht, müssen folgende Parameter negiert werden:  $\{c_0, \mathbf{j}, \mathbf{j}^T \mathbf{X}_0\}$ . Mit der Komponente der EO  $\mathbf{k}^T \mathbf{X}_0$  sind nun Startwerte für alle wesentlichen Modellparameter bestimmt. Mit diesen Startwerten kann nun das nachfolgende Optimierungsverfahren initialisiert werden.

##### 4.1.3. Kalibrierung

Die Kalibrierung nach dem indirekten Ansatz gehört zu der Klasse inverser Probleme. In diesem Zusammenhang werden die Parameter eines mathematischen Modells optimiert, um bestimmte Beobachtungen abzubilden. Oft, wie auch in dem Fall der Kamerakalibrierung, erfüllen inverse Probleme nicht die Bedingungen eines korrekt gestellten mathematischen Problems nach Hadamard (1902). Sie sind häufig nicht wohldefiniert oder konditioniert und somit unter natürlichen verrauchten Bedingungen nicht immer eindeutig lösbar. Zur Herstellung einer Allgemeingültigkeit, das heißt dem korrekten Umgang mit Sonderfällen bei der Kalibrierung, muss eine Regularisierung erfolgen. Die Parameterwerte müssen zum Beispiel durch geeignete Bedingungen beschränkt werden. Ein weiterer Ansatz zur eindeutigen Bestimmung und Bewertung der Parameter ist die ausreichende Überbestimmung des Problems. Daraus folgt, dass mittels einfacher direkter Verfahren bestimmte Parameter in der Regel ausschließlich als grobe Schätzungen (Startwerte) der wahren Parameterwerte betrachtet werden sollten. Die finale Bestimmung der Modellparameter muss über ein geeignetes Optimierungsverfahren durchgeführt werden, um die, bezogen auf das Gesamtsystem, optimale Lösung zu erhalten. Es besteht in der Literatur weitestgehend Einigkeit darüber, dass akkurate Kamerakalibrierung nur über eine



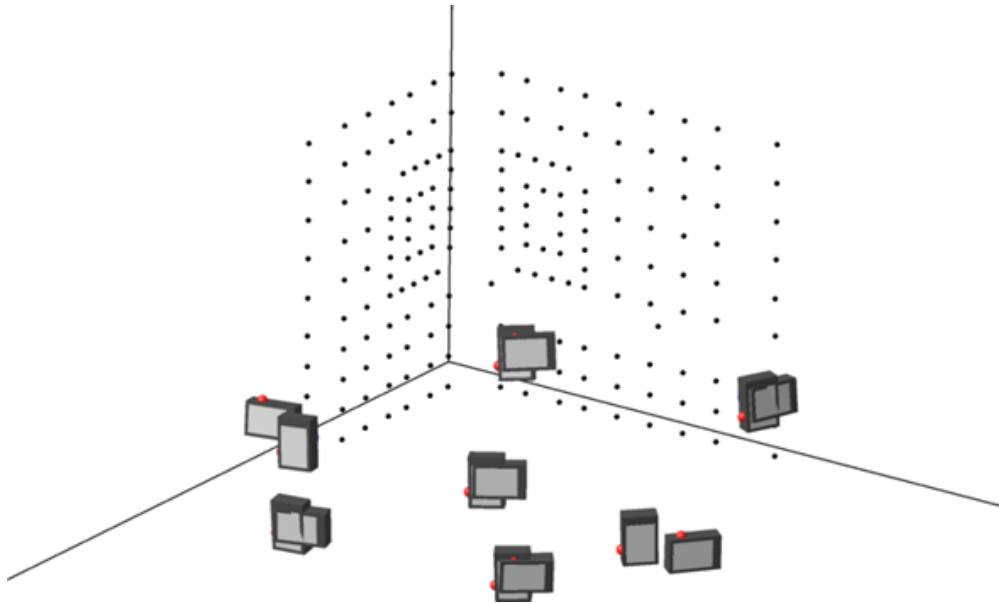


Abbildung 4.5.: Prototyp der verwendeten Aufnahmekonfiguration zur Kamerakalibrierung

globale Optimierung aller Parameter über mehrere Bilder, hier Bündelblockausgleich, erfolgen kann (*siehe* Triggs u. a. (2000)). Für die Durchführung der Messfeldkalibrierung muss das Kalibrierobjekt, hier die Messfeldanordnung aus Darstellung 4.1, aus unterschiedlichen Positionen und Orientierungen aufgenommen werden. Eine geeignete Aufnahmekonfiguration ist in Abbildung 4.5 dargestellt. Es sollten Ansichten als Draufsicht sowie Schrägaufnahmen von den Seiten, oben und unten aufgenommen werden. Die einzelnen Aufnahmen sollten ferner, wie dargestellt, sukzessive um  $90^\circ$  gekantet werden. Das ist eine gängige Vorgehensweise in der Photogrammetrie. Nun wird in jedem Bild die Position der Mittelpunkte der Markerabbildungen bestimmt. Hierbei handelt es sich in der Regel um Ellipsen. Zur Bestimmung von Ellipsenmittelpunkten existieren in der Literatur und Praxis eine Vielzahl von bewährten und etablierten Methoden, wie in dem Abschnitt 1.2 vorgestellt. Die Lage der korrespondierenden Referenzpunkte im Objektkoordinatensystem sind ebenso bekannt (*siehe* Abschnitt 4.1.1). Im Rahmen der Kalibrierung kann es zu unerwünschten Korrelationen zwischen den Parameter der Inneren Orientierung (IO) untereinander sowie zwischen den Parametern der IO und EO kommen (*siehe* Abschnitt 3.5). Zur Kompensation dient die in Abbildung 4.5 vorgestellte Aufnahmekonfiguration. Um Korrelationen zwischen den Parametern zu minimieren, um die Lösung zu stabilisieren und um eine belastbare Fehlerstatistik aufzusetzen, werden wie beim Bündelblockausgleich mehrere gekippte und gedrehte Aufnahmen der Messmarken gemacht (Wester-Ebbinghaus (1985)), in der Regel zwischen 8 und 15 Aufnahmen. Es handelt sich somit um eine Konditionierung des Kalibrierproblems.

Das vollständige generische Modell, das die Abbildung von Objektpunkten beschreibt, ist als Summe aus Abbildungsmodell, EO und (optionalem) Verzeichnungsmodell gegeben

#### 4. Kalibrierung von Kamerasystemen

durch:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = & f_{\text{mod}} \left( \theta = \cos^{-1} \left( -\frac{\dot{Z}}{\sqrt{\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2}} \right), \Omega \right) \frac{1}{\sqrt{\dot{X}^2 + \dot{Y}^2}} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{\text{dist}} \\ y_{\text{dist}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.23)$$

mit

$$\begin{aligned} [x, y]^T & \rightarrow \text{Bildkoordinaten} \\ [X, Y, Z]^T & \rightarrow \text{Objektkoordinaten} \\ \Omega & \rightarrow \text{Menge der Parameter des Abbildungsmodells} \\ [\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}]^T & = \mathbf{R} (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0) \\ \mathbf{R}, \mathbf{X}_0 & \rightarrow 6 \text{ Parameter der EO} \\ [x_0, y_0]^T & \rightarrow 2 \text{ Parameter des Hauptpunktes der IO} \\ [x_{\text{dist}}, y_{\text{dist}}]^T & \rightarrow \text{Ggf. zusätzliche Parameter eines Verzeichnungsmodells} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Pro Korrespondenzpunktpaar entstehen somit zwei Beobachtungsgleichungen. Die sechs Parameter der EO gelten für je eine Aufnahme. Die Parameter des Abbildungsmodells, des Hauptpunktes und des Verzeichnungsmodells gelten global über alle Aufnahmen. Mittels bekannter Verfahren der Parameteroptimierung, wie dem in der Literatur mit Abstand am häufigsten verwendeten Levenberg-Marquardt-Verfahren (Levenberg (1944)) oder dem klassischen Newton-Raphson-Verfahren, lassen sich nun die Modellparameter bestimmen. Die hierfür notwendigen Startwerte der Parameter werden mit der in Abschnitt 4.1.2 vorgestellten Methode bestimmt. Ferner ist die definierte Richtung der Verzeichnung zu beachten. Günstigerweise wird im Rahmen der Optimierung auf die analytische Richtung der Verzeichnung und nicht auf die inverse Richtung zurückgegriffen. Zur Bewertung der Kalibrierung können in der Photogrammetrie allgemein anerkannte Fehler- und Gütemaße verwendet werden. Dazu zählen insbesondere der Root Mean Square (RMS), Root-Mean-Square Error (RMSE) als Maß der Abweichung der beobachteten von den optimierten Werten (auch häufig als Standardabweichung der Gewichtseinheit  $\sigma_0$  bezeichnet) und der  $\chi^2$ -Wert zur Bewertung der Optimierungslösung. Ferner können die Varianzen und Korrelationen der optimierten Parameter bewertet werden. Nicht zuletzt sollten auch die Größtfehler betrachtet werden, um das Modell zum einen im Randbereich zu bewerten und zum anderen um grobe Fehler in den Daten auszuschließen.

## 4.2. Kalibrierung und Modellierung eines generischen Stereosystems

Aufbauend auf der klassischen Epipolargeometrie, als Geometriemodell einer Stereoaufnahme, soll in diesem Abschnitt die im Sinne des generischen Abbildungsmodells verallgemeinerte Epipolargeometrie vorgestellt werden. Sie ermöglicht eine einfache Modellierung und Kalibrierung von heterogenen Stereokamerasystemen und somit die Ableitung von 3D-Informationen. Die verallgemeinerte Epipolargeometrie wird über die Relative Orientierung (RO) beschrieben. Die Beschreibung der Beobachtungsgeometrie zweier generischer Kamerasysteme der gleichen Szene als Epipolargeometrie dient der einfachen Ableitung dreidimensionaler Informationen aus dem Bildverbund. Wie auch bei der klassischen Epipolargeometrie kann somit der Suchbereich homologer Punkte signifikant eingeschränkt werden. Der hier vorgestellte Ansatz lässt sich auf ein generisches Multikamerasystem übertragen, wenn die Kamerasysteme paarweise kalibriert werden. Dies ist eine in der Literatur übliche Methode der Kalibrierung von Multikamerasystemen (Faugeras und Robert (1996)).

### 4.2.1. Verallgemeinerte Epipolargeometrie bei generischem Abbildungsmodell

Abbildung 4.6 zeigt die Epipolargeometrie für zwei generische Kamerasysteme bei der Aufnahme zweier Objektpunkte. Hier spannen die Objektpunkte  $P_1$  und die korrespondierenden Projektionszentren  $O'_1$  und  $O''_1$  eine in rot dargestellte Epipolarebene auf. Analog spannt ein weiterer Objektpunkt  $P_2$  mit den Projektionszentren  $O'_2$  und  $O''_2$  eine weitere Epipolarebene, hier in grau dargestellt auf. Der entscheidende Unterschied zu der klassischen Epipolargeometrie besteht nun darin, dass die jeweiligen Projektionszentren der entsprechenden Kamera, wie dargestellt, nicht identisch sind. Es gilt nach der zuvor definierten allgemeinen Abbildung (3.7):

$$O_i \neq O_j \Leftrightarrow \theta_i \neq \theta_j \quad (4.25)$$

Die Projektionszentren sind nicht identisch, wenn sich die Inkliniation der entsprechenden Objektpunktstrahlen unterscheidet. Sich ändernde Projektionszentren bedeuten gleichermaßen eine nicht konstante Basislänge. Die Korrespondenz zu der klassischen Basis-Definition besteht über die Projektionszentren der jeweiligen Zentrumsstrahlen der beiden Abbildungen. Zentrumsstrahlen schneiden die optische Achse bei  $c_0$ , was der klassischen Kamerakonstante  $c$  entspricht. Für diese beiden Punkte gilt somit die übliche Definition des Basisvektors. Streng genommen handelt es sich nicht länger um eine Epipolarebene, sondern um eine Epipolaroberfläche. Der Begriff Ebene gilt nur für einen bestimmten Punkt entlang des Objektpunktstrahls. Vielmehr entsteht eine der generischen Abbildung entsprechende Oberfläche, die die Bildebene in eine Kurve schneidet. Abbildung 4.7 zeigt die Projektion der Epipolarebenenpunkte auf die Bildfläche als rot dargestellte Kurve. Die Punkte  $P$ ,  $P_1$  und  $P_2$  entlang des Objektstrahls  $\mathbf{p}'$  schneiden die rechte Bildfläche in entsprechenden Punkten. Diese Punkte bilden eine Kurve, die Epipolarkur-

#### 4. Kalibrierung von Kamerasystemen

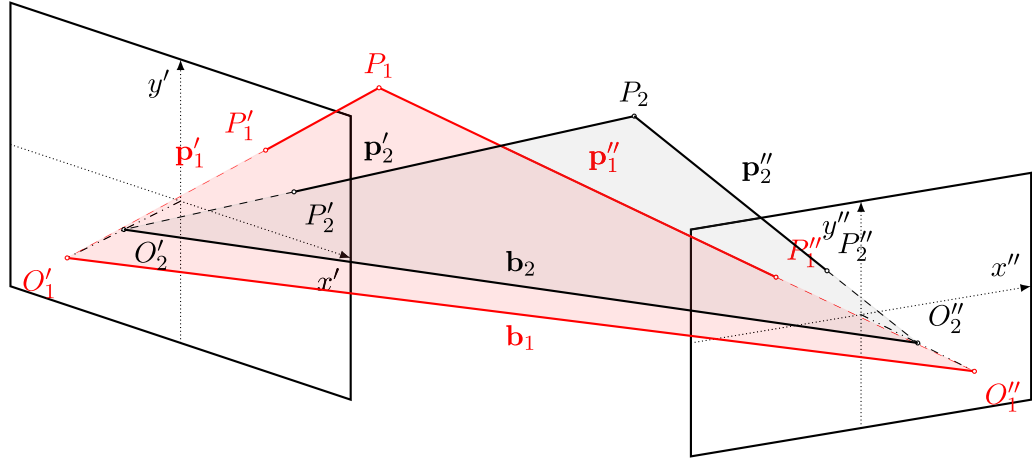


Abbildung 4.6.: Epipolargeometrie für Aufnahmen generischer Kamerasysteme

ve. Diese Kurve beinhaltet den Epipol  $e''$ . Somit ist diese Kurve das Äquivalent zu der Epipolarlinie und beschränkt den Suchraum homologer Punkte entsprechend. Nimmt man auch hinter der Kamera liegende Punkte der Epipolarebene hinzu, entsteht eine geschlossene Kurve (siehe Abbildung 5.6b). Ebenso lässt sich der Begriff der Parallaxe für die generische Epipolargeometrie ableiten. Der Tiefenunterschied zwischen dem Punkt  $P$  und den Punkten  $P_i$  entlang des Objektpunktstrahls  $\mathbf{p}'$  wirkt sich als Abstand der projizierten Punkte entlang der Epipolarkurve aus. Ist die Lage der beiden Kamerasysteme zueinander bekannt, können die Epipolarkurven hergeleitet werden. Dies wird auch als RO des Bildpaares bezeichnet. Sie beschreibt die Translation und Rotation eines Bildes relativ zum anderen in einem Modellkoordinatensystem. Für eine weiterführende Beschreibung der RO sei auf Luhmann u. a. (2007) oder Kraus (2004) verwiesen. Es ergeben sich fünf unabhängige Parameter, die die relative Position und Lage eines Bildes im Modellkoordinatensystem beschreiben. Dies sind die Komponenten des Basisvektors  $b_y, b_z$  und die drei Rotationswinkel  $\omega, \varphi, \kappa$ . Zur Bestimmung dieser Parameter wird die oben hergeleitete Bedingung der Epipolarebene genutzt. Diese Bedingung wird in der Literatur als Komplanaritätsbedingung bezeichnet. Hier bilden die drei Vektoren  $\mathbf{b}, \mathbf{p}', \mathbf{p}''$ , wie in Abbildung 4.7 dargestellt eine Ebene, was sich über das Spatprodukt ausdrücken lässt:

$$\langle \mathbf{b}, \mathbf{p}', \mathbf{p}'' \rangle = \begin{vmatrix} 1 & x' & \bar{x}'' \\ b_y & y' & \bar{y}'' \\ b_z & z' & \bar{z}'' \end{vmatrix} = 0 \quad (4.26)$$

Der in Gleichung (4.26) dargestellte Vektor  $[x', y', z']^T$  ist der Bildpunktvektor des einen Referenzbildes und  $[\bar{x}'', \bar{y}'', \bar{z}'']^T$  ist der Bildpunktvektor des über die Drehwinkel der RO gedrehten zweiten Bildes. Das generische Abbildungsmodell drückt sich in den z-Komponenten der Bildpunktvektoren aus. Im Falle des generischen Abbildungsmodells ist die z-Komponente der Bildpunkte nicht länger eine Konstante, die Kamerakonstante,

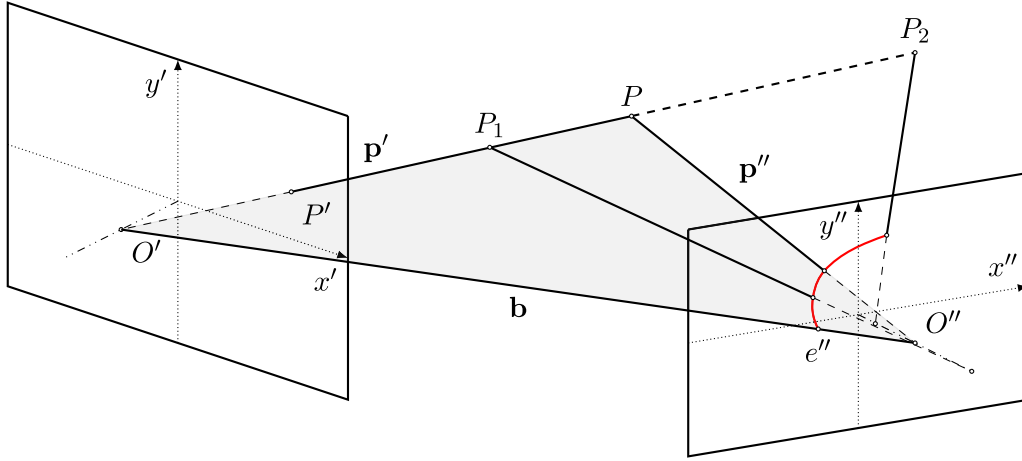


Abbildung 4.7.: Darstellung der Epipolarkurve bei generischer Epipolargeometrie

sondern eine Funktion von  $\theta$ :

$$z' = c' = -r \cot \theta \quad (4.27)$$

Die Bestimmung von  $c'$  wurde in Abschnitt 4.1.2 beschrieben. Die Richtung des Bildpunktstrahles  $\theta$  ist über die Inversion des Abbildungsmodells bestimmbar. Im Falle des Polynomialmodells existieren eine Vielzahl von etablierten Methoden, wie zum Beispiel die *Methode nach Laguerre*.

Abbildung 4.8 zeigt den schematischen Ablauf zur Erzeugung dreidimensionaler Informationen auf generischen Stereobildpaaren. Dargestellt sind die einzelnen Schritte der Koordinatentransformationen. Zunächst liegen homologe Punkte in Pixelkoordinaten vor und werden jeweils unter Verwendung der kalibrierten Inneren Orientierung (IO) entzeichnet und in Kamerakoordinaten umgerechnet. Insbesondere ist hier die Korrektur der Hauptpunktlage zu nennen. Der nächste Schritt stellt den Unterschied zu dem klassischen Vorgehen dar. Die Kamerakoordinaten werden durch Inversion des jeweiligen Abbildungsmodells in objektseitige Polarkoordinaten transformiert. Diese Koordinaten lassen sich über die in (4.27) formulierte Beziehung auch kartesisch für die Verwendung in der Komplanaritätsbedingung ausdrücken. Unter Verwendung der RO können nun die jeweiligen Koordinaten in rektifizierte Koordinaten überführt werden. Die rektifizierten Koordinaten der beiden homologen Bildpunkte können nun zu Modellkoordinaten umgerechnet werden. Diese Modellkoordinaten wiederum können unter Verwendung der Absolute Orientierung (AO) schließlich in Objektkoordinaten überführt werden. Die Parameter der AO, oder Helmert-Transformation, sind durch eine Translation, Rotation und Skalierung definiert. Die Skalierung entspricht der wahren Basislänge, wenn die RO über eine Einheitslänge des Basisvektors kalibriert wurde.

Damit unterscheidet sich das Verfahren zur Modellierung allgemeiner Stereokamerasysteme unter Verwendung generischer Epipolargeometrie ausschließlich durch die variable z-Komponente der Bildpunktkoordinaten von der klassischen Epipolargeometrie mit einer Kamerakonstanten.

### 4.2.2. Parameterbestimmung

Im Rahmen der rechnerischen Bestimmung der Parameter der RO wird über die Gleichung (4.26) für alle Punkte ein nichtlineares Gleichungssystem aufgestellt, welches analog zu dem Vorgehen der Kamerakalibrierung über eine Methodik der Parameteroptimierung gelöst wird. Für die notwendigen Startwerte der Parameter kann im Falle der häufig anzutreffenden quasi-parallelen Aufnahmekonfiguration der beiden Kamerasysteme folgendes angenommen werden:

$$\omega = \varphi = \kappa = b_y = b_z = 0 \quad (4.28)$$

Im Falle der Methodik des unabhängigen Bildpaares, bei dem beide Kamerasysteme in ein gemeinsames Koordinatensystem gedreht werden, gilt Gleichung (4.28) analog. Im Falle verschränkter Aufnahmen können die Startwerte leicht über eine Schätzung der Verschränkung bestimmt werden. Die zu minimierende Determinante für das Verfahren des Folgebildanschlusses oder Unabhängigen Bildpaares lautet:

$$\text{Det} = b_x \bar{y}_1 \bar{z}_2 + \bar{x}_1 \bar{y}_2 b_z + \bar{x}_2 b_y \bar{z}_1 - \bar{x}_2 \bar{y}_1 b_z - \bar{x}_1 b_y \bar{z}_2 - b_x \bar{y}_2 \bar{z}_1 \quad (4.29)$$

Dabei handelt es sich bei den Punkten  $[\bar{x}_1 \bar{y}_1 \bar{z}_1]^T$  und  $[\bar{x}_2 \bar{y}_2 \bar{z}_2]^T$  um die mit den gesuchten Parametern der RO aus (4.28) transformierten homologen Punkte, deren z-Komponente entsprechend (4.27) berechnet wurde.

### 4.2.3. Ableitung von 3D-Daten

Zur Ableitung von 3D-Informationen aus homologen Punkten werden klassisch Modellkoordinaten  $[xyz]^T$  berechnet (*siehe* Luhmann u. a. (2007)). Dazu werden die Maßstabsfaktoren im Falle des Folgebildanschlusses für das linke Bild  $s_1$

$$\frac{x}{x'} = \frac{y}{y'} = \frac{z}{-r' \cot \theta'} = s_1 \quad (4.30)$$

und das rechte Bild  $s_2$  bestimmt

$$\frac{x - b_x}{\bar{x}''} = \frac{y - b_y}{\bar{y}''} = \frac{z - b_z}{-r'' \cot \theta''} = s_2 \quad (4.31)$$

Durch Einsetzen und Umstellen von (4.30) und (4.31) können die beiden Maßstabsfaktoren bestimmt werden, und es folgt:

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{b_x r'' \cot \theta'' + b_z \bar{x}''}{x' r'' \cot \theta'' + z' \bar{x}''} \\ s_2 &= - \frac{b_x z' - b_z x'}{x' r'' \cot \theta'' + \bar{x}'' r' \cot \theta'} \end{aligned} \quad (4.32)$$

Durch Einsetzen von (4.32) in (4.30) und (4.31) können die Modellkoordinaten bestimmt werden. Durch Meßfehler entstehen allerdings keine eindeutigen Schnittpunkte im Raum,

#### 4.2. Kalibrierung und Modellierung eines generischen Stereosystems

sondern die Objektpunktstrahlen liegen vielmehr schief zu einander, und es entstehen zwei Lösungen für die y-Komponente -  $y_1$  und  $y_2$ .

Allerdings liegen die 3D-Informationen zunächst im Modellkoordinatensystem vor, das formtreu, bis auf eine unbekannte Skalierung, dem Objektkoordinatensystem entspricht. Die gilt nicht, wenn die tatsächliche Basislänge als Konstante im Abschnitt 4.2.2 anstatt der Einheitslänge verwendet wurde. In diesem Fall würde auch ein skalierungstreues Modell entstehen. Zur Transformation der Modellkoordinaten in das Objektkoordinatensystem wird die AO verwendet, die wie folgt definiert ist: Allerdings liegen die 3D-Informationen zunächst im Modellkoordinatensystem vor, das formtreu, bis auf eine unbekannte Skalierung, dem Objektkoordinatensystem entspricht. Die gilt nicht, wenn die tatsächliche Basislänge als Konstante im Abschnitt 4.2.2 anstatt der Einheitslänge verwendet wurde. In diesem Fall würde auch ein skalierungstreues Modell entstehen. Zur Transformation der Modellkoordinaten in das Objektkoordinatensystem wird die AO verwendet, die wie folgt definiert ist:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = s\mathbf{R} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \mathbf{X}_T \quad (4.33)$$

Die Parameter der AO sind eine Skalierung  $s$ , eine Rotation  $\mathbf{R}$  und eine Translation  $\mathbf{X}_T$ . Somit besteht die Transformation aus insgesamt sieben Parametern.

Die Berechnung der Epipolarkurve im jeweils anderen Bild erfolgt wie in Abbildung 4.7 dargestellt. Ausgehend von dem rektifizierten homologen Punkt eines Bildes werden Punkte entlang des Objektpunktvektors  $\mathbf{p}'$  durch Skalierung des homologen Punktes  $P'$  erzeugt. Diese Koordinaten werden über die RO in das andere Bildkoordinatensystem transformiert und können über das entsprechende Projektionsmodell, zum Beispiel das Polynomialmodell, in das Bildkoordinatensystem transformiert werden. Schließlich entsteht nach Anwendung des inversen Verzeichnungsmodells die Epipolarkurve im Bild. Dieser Vorgang ist schematisch in Abbildung 4.8 als roter Verlauf dargestellt. An den Stellen, an denen rote Pfeile entgegengesetzt den entsprechenden schwarzen Pfeilen zeigen, ist die inverse Operation anzuwenden.

#### 4. Kalibrierung von Kamerasystemen

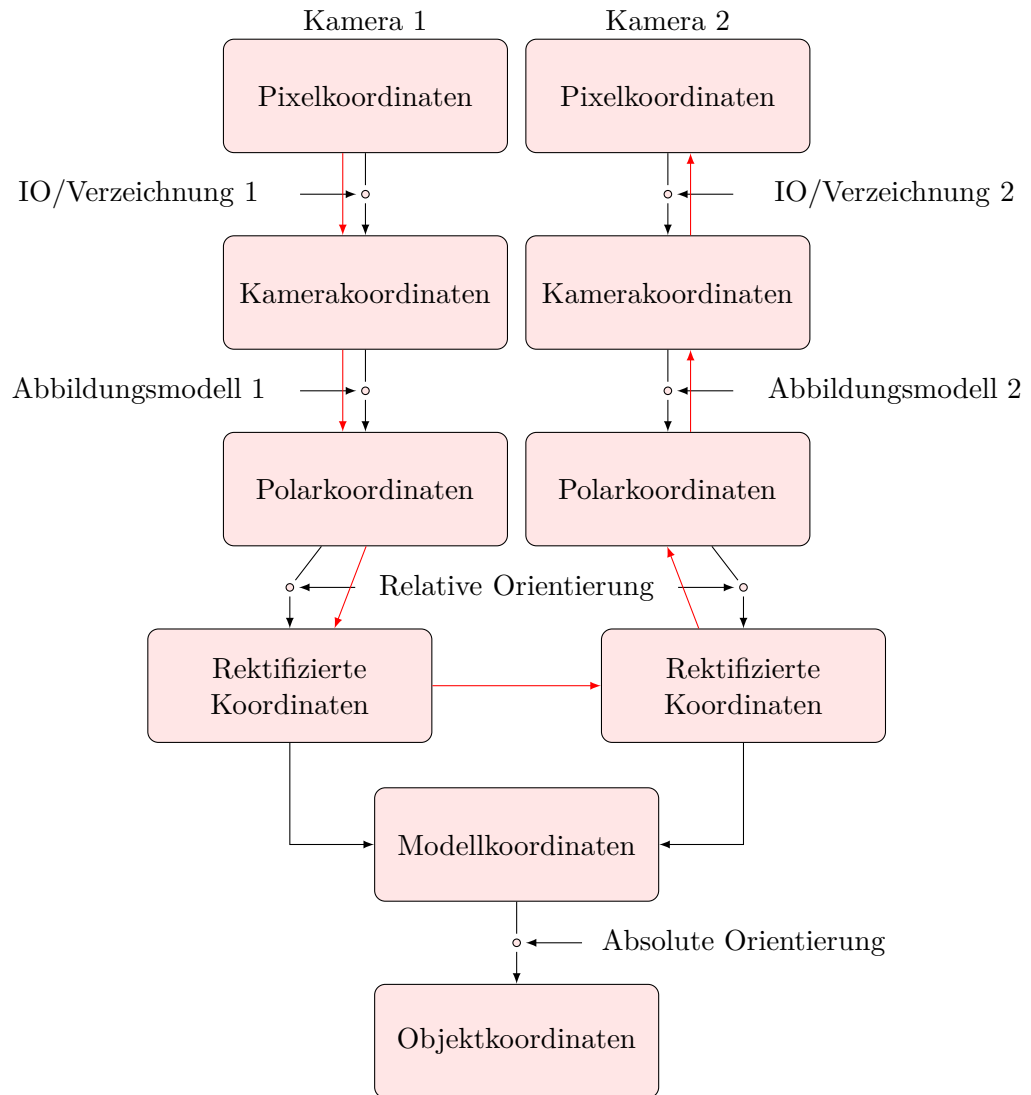


Abbildung 4.8.: Ablaufschema zur Erzeugung von Modellkoordinaten aus generischen Stereobildern



## 5. Auswertung

Die in den Kapiteln 3 und 4 aufgestellten Modelle und Arbeitshypothesen sollen nun durch praktische Anwendung validiert werden.

### 5.1. Monokamerasysteme

In folgendem Abschnitt sollen die vorgestellten Methoden der generischen Modellierung und Kalibrierung von Monokamerasystemen anhand einer Reihe unterschiedlichster Kamerasysteme evaluiert werden. Die verwendeten 19 Kamerasysteme werden im folgenden Abschnitt im Einzelnen vorgestellt und bewertet. Anschließend wird die generische Methodik der Modellierung und Kalibrierung bewertet und die Arbeitshypothesen aus Abschnitt 3.6.1 überprüft.

#### 5.1.1. Kamerasysteme

Bei den 19 verwendeten Kamerasystemen wurde auf eine möglichst große Bandbreite an für den Nahbereich üblichen Systemen geachtet, um eine valide Bewertung der hier vorgestellten Methodik zu gewährleisten. Es handelt sich im Einzelnen um Webcams, billige, normale und teure Konsumerkameras, Weitwinkel- und Fischaugensysteme, Industriekamerasysteme, Kamerasysteme in Wetterschutzgehäusen sowie verschiedene katadioptrische Systeme. Für jedes System werden tabellarisch die optimale Parameteranzahl für die jeweiligen Modelle im Sinne des Geometric AIC (GAIC) sowie die damit erzielte Genauigkeit als Root Mean Square (RMS) und maximaler Fehler  $e_{\max}$  angegeben. Bei den untersuchten Abbildungsmodellen handelt es sich um:

- PEM - PErspektivisches Modell
- STM - STereographisches Modell
- ÄQM - ÄQuidistantes Modell
- FLM - FLächentreues Modell
- DM - Klassenmodell der Dioptriken (Gennery-Modell)
- KM - Klassenmodell der Katadioptriken (Kugel-Modell)
- PM - Polynomialmodell
- RM - Rationalmodell

## 5. Auswertung

Das orthographische Abbildungsmodell wurde hierbei außen vor gelassen, da kein einziges System Abbildungscharakteristika nach diesem Modell aufwies. Schlägt die Kalibrierung mit einem Modell fehl, so ist dies mit einem Strich in der jeweiligen Tabelle gekennzeichnet. Die Anzahl der Parameter  $N$  setzt sich, außer bei dem Polynomial- und Rationalmodell, aus den Parametern des Abbildungsmodells  $M$  sowie den notwendigen Parametern der radial-symmetrischen Verzeichnung  $R$  zusammen, die benötigt werden, um die entsprechenden Genauigkeiten zu erreichen. Für die Modelle PEM, STM, ÄQM und FLM gilt:  $M = 1$ . Für die Modelle DM und KM gilt:  $M = 2$ . Die Kamerasysteme werden nun im Einzelnen vorgestellt und ihre Eigenschaften bewertet.

### 1. CF-2000 V1

Es handelt sich um ein katadioptrisches System, wie es in Abbildung 3.9a dargestellt ist. Das Kamerasystem besteht aus einem hyperbolischen Spiegel und einer VGA-Webcam, die im unteren Bereich der Spiegelhalterung montierbar ist. Die Pixelgröße des Kamerachips liegt bei  $5.0\mu m$ . Der berechnete Öffnungswinkel des Gesamtsystems liegt bei rund  $182^\circ$  und die kalibrierte Kamerakonstante bei  $0.6mm$ . Das ideale spezifische Modell dieses Kamerasystems ist das stereographische Modell bzw. das Klassenmodell der Katadioptriken mit  $L_K \approx 1.0$ .

	PEM	STM	ÄQM	FLM	DM	KM	PM	RM
$N_{\text{Parameter}}$	-	2	-	-	2	2	3	3
RMS [px]	-	0.50	-	-	0.39	0.38	0.33	0.33
$e_{\text{max}}$ [px]	-	3.00	-	-	1.94	1.86	2.05	2.05

Tabelle 5.1.: Genauigkeiten Kalibrierung System 1

### 2. CF-2000 V2

Dieses Kamerasystem ist eine Abwandlung des vorigen Systems, bei dem ein besseres Objektiv und eine Megapixel-Industriekamera verwendet wurden. Die Pixelgröße der Kamera liegt bei  $5.0\mu m$ . Insgesamt konnte dieses System auch mit einem geringeren Größtfehler kalibriert werden. Die kalibrierte Kamerakonstante beträgt hier  $1.1mm$  bei einem berechneten Öffnungswinkel von  $176^\circ$  des Gesamtsystems. Das ideale spezifische Modell ist hier weitestgehend das stereographische Modell bzw. das Klassenmodell der Katadioptriken mit  $L_K \approx 0.8$ .

	PEM	STM	ÄQM	FLM	DM	KM	PM	RM
$N_{\text{Parameter}}$	-	4	3	3	4	5	3	3
RMS [px]	-	0.23	0.21	0.25	0.21	0.23	0.19	0.19
$e_{\text{max}}$ [px]	-	1.04	1.08	1.97	1.05	1.10	0.86	0.86

Tabelle 5.2.: Genauigkeiten Kalibrierung System 2

### 3. Kommerzielles katadioprisches System

Bei diesem System handelt es sich um den katadioptrischen Aufbau, wie er in

Abbildung 3.9b dargestellt ist, mit einem dioptrischen Objektiv, sodass der volle Spiegel im Sichtfeld der Kamera ist. Bei der Kamera handelt es sich um eine 1.5MP Industriekamera mit einer Pixelgröße von  $6.3\mu m$ . Der berechnete Öffnungswinkel des Systems beträgt  $202^\circ$ . Die kalibrierte Kamerakonstante liegt bei  $0.9mm$ . Dieses Kamerasystem entspricht dem idealen stereographischen Modell bzw. dem Klassenmodell der Katadioptriken mit  $L_K \approx 1.0$ .

	PEM	STM	ÄQM	FLM	DM	KM	PM	RM
$N_{\text{Parameter}}$	-	4	3	4	6	2	3	3
RMS [px]	-	0.51	0.42	0.38	0.23	0.60	0.50	0.50
$e_{\text{max}}$ [px]	-	1.98	1.70	1.64	1.21	2.37	1.91	1.91

Tabelle 5.3.: Genauigkeiten Kalibrierung System 3

## 4. Fischaugensystem

Hierbei handelt es sich um ein Kamerasystem bestehend aus Fujinon-Fischaugenobjektiv und einer MP-Industriekamera mit  $4.65\mu m$  Pixelgröße. Der berechnete Öffnungswinkel beträgt  $192^\circ$  bei einer kalibrierten Kamerakonstanten von  $1.8mm$ . Das ideale spezifische Modell ist das flächentreue Modell bzw. das Klassenmodell der Katadioptriken mit  $L_K \approx 1.75$ . Offensichtlich ist bei diesem Fischauge auch das katadioptrische Modell anwendbar, wie in zahlreicher Literatur bereits festgestellt wurde.

	PEM	STM	ÄQM	FLM	DM	KM	PM	RM
$N_{\text{Parameter}}$	-	5	4	3	4	3	4	4
RMS [px]	-	0.14	0.10	0.12	0.06	0.13	0.09	0.09
$e_{\text{max}}$ [px]	-	1.63	1.10	1.34	0.60	1.38	0.95	0.95

Tabelle 5.4.: Genauigkeiten Kalibrierung System 4

## 5. 2mm Weitwinkel-Kamerasystem

Dieses Kamerasystem besteht aus einer 2mm-Optik und einer 0.4MP-Industriekamera. Die Pixelgröße beträgt  $6.7\mu m$ . Der berechnete Öffnungswinkel liegt bei  $146^\circ$  und die kalibrierte Kamerakonstante bei  $2.2mm$ . Das Kamerasystem entspricht dem idealen flächentreuen Abbildungsmodell.

	PEM	STM	ÄQM	FLM	DM	KM	PM	RM
$N_{\text{Parameter}}$	7	5	4	4	4	4	4	4
RMS [px]	0.14	0.06	0.07	0.06	0.07	0.09	0.05	0.05
$e_{\text{max}}$ [px]	3.63	1.33	1.10	1.01	0.90	1.93	1.00	1.00

Tabelle 5.5.: Genauigkeiten Kalibrierung System 5

## 6. 3mm Weitwinkel-Kamerasystem

## 5. Auswertung

Das Kamerasystem setzt sich aus einem  $3.5mm$  Objektiv und einer MP-Industriekamera zusammen. Die Pixelgröße beträgt  $5.0\mu m$ . Der berechnete Öffnungswinkel liegt bei rund  $127^\circ$  und die kalibrierte Kamerakonstante bei  $3.6mm$ . Das Kamerasystem entspricht ebenfalls dem idealen flächentreuen Abbildungsmodell.

	PEM	STM	ÄQM	FLM	DM	KM	PM	RM
$N_{\text{Parameter}}$	6	4	3	3	3	3	3	2
RMS [px]	0.07	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
$e_{\text{max}}$ [px]	0.72	0.40	0.34	0.31	0.32	0.35	0.32	0.33

Tabelle 5.6.: Genauigkeiten Kalibrierung System 6

## 7. $3.8mm$ Standard-Kamerasystem

Hierbei handelt es sich um ein Standard-Kamerasystem bestehend aus einem  $3.8mm$ -Objektiv und einer analogen VGA-Kamera. Der berechnete Öffnungswinkel des Kamerasystems liegt bei  $81^\circ$ . Die kalibrierte Kamerakonstante liegt bei  $3.8mm$  und das System entspricht dem idealen perspektivischen Modell bzw. dem Klassenmodell der Katadioptriken mit  $L_K \approx 0.0$ .

	PEM	STM	ÄQM	FLM	DM	KM	PM	RM
$N_{\text{Parameter}}$	3	4	4	3	3	3	5	5
RMS [px]	0.04	0.03	0.03	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04
$e_{\text{max}}$ [px]	0.26	0.22	0.21	0.39	0.36	0.39	0.28	0.26

Tabelle 5.7.: Genauigkeiten Kalibrierung System 7

## 8. $3.8mm$ Verkehrsbeobachtungssystem mit Wetterschutzgehäuse

Dieses Kamerasystem zur Verkehrsbeobachtung in einem Wetterschutzgehäuse besteht aus einem  $3.8mm$  Objektiv und einer 2MP-Industriekamera mit  $4.0\mu m$  Pixelgröße. Der berechnete Öffnungswinkel liegt bei  $135^\circ$  und die Kamerakonstante bei  $3.6mm$ . Das Kamerasystem entspricht weitestgehend dem flächentreuen Abbildungsmodell. Dieses Modell bildet insgesamt trotz besserer Grundeigenschaften schlechter als vorheriges Kamerasystem ohne Wetterschutzgehäuse ab.

	PEM	STM	ÄQM	FLM	DM	KM	PM	RM
$N_{\text{Parameter}}$	6	4	3	2	2	3	2	2
RMS [px]	0.14	0.07	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06
$e_{\text{max}}$ [px]	1.41	0.50	0.41	0.36	0.41	0.45	0.35	0.35

Tabelle 5.8.: Genauigkeiten Kalibrierung System 8

## 9. $4.8mm$ Verkehrsbeobachtungssystem mit Wetterschutzgehäuse

Dieses Kamerasystem zur Verkehrsbeobachtung in einem Wetterschutzgehäuse besteht aus einem  $4.8mm$  Objektiv und einer 1.5MP-Industriekamera mit  $6.3\mu m$

Pixelgröße. Der berechnete Öffnungswinkel liegt bei  $108^\circ$  und die Kamerakonstante bei  $4.8mm$ . Das Kamerasystem entspricht weitestgehend dem stereographischen Abbildungsmodell bzw. dem Klassenmodell der Katadioptriken mit  $L_K \approx 0.9$ .

	PEM	STM	ÄQM	FLM	DM	KM	PM	RM
$N_{\text{Parameter}}$	3	3	2	3	3	3	3	3
RMS [px]	0.13	0.06	0.06	0.05	0.05	0.09	0.07	0.06
$e_{\text{max}}$ [px]	1.27	0.48	0.48	0.42	0.45	0.64	0.62	0.47

Tabelle 5.9.: Genauigkeiten Kalibrierung System 9

#### 10. 4.8mm Verkehrsbeobachtungssystem ohne Wetterschutzgehäuse

Dieses Kamerasystem zur Verkehrsbeobachtung besteht aus einem 4.8mm Objektiv und einer 1.5MP-Industriekamera mit  $4.65\mu m$  Pixelgröße. Der berechnete Öffnungswinkel liegt bei  $86^\circ$  und die Kamerakonstante bei  $4.9mm$ . Das Kamerasystem entspricht dem stereographischen Abbildungsmodell bzw. dem Klassenmodell der Katadioptriken mit  $L_K \approx 1.0$ . Im Gegensatz zum vorigen System mit gleichem Objektiv aber mit Wetterschutzgehäuse gab es eine leichte Modellverschiebung zugunsten des idealen stereographischen Abbildungsmodells. Insgesamt bildet dieses System aber nun mit größeren Fehlern ab.

	PEM	STM	ÄQM	FLM	DM	KM	PM	RM
$N_{\text{Parameter}}$	3	3	3	2	3	4	3	3
RMS [px]	0.07	0.06	0.05	0.06	0.05	0.06	0.06	0.06
$e_{\text{max}}$ [px]	1.21	0.96	0.91	0.93	0.90	0.93	0.96	0.96

Tabelle 5.10.: Genauigkeiten Kalibrierung System 10

#### 11. Logitech Webcam

Hierbei handelt es sich um eine klassische VGA-Webcam mit  $5\mu m$  Pixelgröße. Der berechnete Öffnungswinkel liegt bei  $46^\circ$  und die berechnete Kamerakonstante bei  $5.1mm$ . Das Kamerasystem kommt dem stereographischen Modell recht nahe bzw. entspricht dem Klassenmodell der Katadioptriken mit  $L_K \approx 1.25$ .

	PEM	STM	ÄQM	FLM	DM	KM	PM	RM
$N_{\text{Parameter}}$	2	2	2	2	2	2	2	2
RMS [px]	0.05	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04
$e_{\text{max}}$ [px]	0.35	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24

Tabelle 5.11.: Genauigkeiten Kalibrierung System 11

#### 12. Panasonic DMC-FZ8

Dieses Kamerasystem ist ein typisches mittelpreisiges 7MP-Konsumergerät mit einer sehr kleinen Pixelgröße von  $2\mu m$ . Der errechnete Öffnungswinkel liegt bei

## 5. Auswertung

$61^\circ$ . Die berechnete Kamerakonstante entspricht  $6.1mm$ . Das ideale Modell ist das Klassenmodell der Dioptriken mit  $L_D \approx 0.75$  bzw. das Klassenmodell der Katadioptriken mit  $L_K \approx 0.4$ .

	PEM	STM	ÄQM	FLM	DM	KM	PM	RM
$N_{\text{Parameter}}$	4	3	3	3	3	3	4	4
RMS [px]	0.18	0.17	0.16	0.16	0.15	0.16	0.17	0.17
$e_{\text{max}}$ [px]	1.52	1.53	1.47	1.45	1.35	1.50	1.47	1.46

Tabelle 5.12.: Genauigkeiten Kalibrierung System 12

### 13. 7mm Standard-Kamerasystem

Dieses Kamerasystem besteht aus einer 7mm-Optik und einer Hochgeschwindigkeits-Industriekamera. Die Pixelgröße beträgt  $6.75\mu m$ . Der berechnete Öffnungswinkel liegt bei  $47^\circ$  und die kalibrierte Kamerakonstante bei  $6.9mm$ . Das Kamerasystem entspricht dem Klassenmodell der Dioptriken mit  $L_D \approx 0.84$  bzw. dem Klassenmodell der Katadioptriken mit  $L_K \approx 0.24$ .

	PEM	STM	ÄQM	FLM	DM	KM	PM	RM
$N_{\text{Parameter}}$	3	3	2	2	3	3	3	3
RMS [px]	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02
$e_{\text{max}}$ [px]	0.09	0.09	0.10	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09

Tabelle 5.13.: Genauigkeiten Kalibrierung System 13

### 14. Pentax Optio W60

Dieses Kamerasystem ist ein typisches niedrigpreisiges 10MP-Konsumergerät mit einer kleinen Pixelgröße von  $2.42\mu m$ . Der errechnete Öffnungswinkel liegt bei  $71^\circ$ . Die berechnete Kamerakonstante entspricht  $7.3mm$ . Das ideale Modell ist das Klassenmodell der Dioptriken mit  $L_D \approx 0.77$  bzw. das Klassenmodell der Katadioptriken mit  $L_K \approx 0.4$ .

	PEM	STM	ÄQM	FLM	DM	KM	PM	RM
$N_{\text{Parameter}}$	5	5	5	5	3	3	4	4
RMS [px]	0.09	0.08	0.09	0.09	0.12	0.12	0.10	0.10
$e_{\text{max}}$ [px]	0.56	0.49	0.55	0.58	0.78	0.86	0.74	0.74

Tabelle 5.14.: Genauigkeiten Kalibrierung System 14

### 15. 8.5mm Verkehrsbeobachtungssystem mit Wetterschutzgehäuse

Dieses Kamerasystem zur Verkehrsbeobachtung mit Wetterschutzgehäuse besteht aus einem 8.5mm Objektiv und einer 1.5MP-Industriekamera mit  $6\mu m$  Pixelgröße. Der berechnete Öffnungswinkel liegt bei  $67^\circ$  und die errechnete Kamerakonstante

bei  $8.5mm$ . Das Kamerasystem entspricht dem Klassenmodell der Dioptriken mit  $L_D \approx 0.77$  bzw. dem Klassenmodell der Katadioptriken mit  $L_K \approx 0.4$ .

	PEM	STM	ÄQM	FLM	DM	KM	PM	RM
$N_{\text{Parameter}}$	5	4	4	3	3	4	5	5
RMS [px]	0.09	0.08	0.08	0.08	0.08	0.09	0.08	0.08
$e_{\text{max}}$ [px]	0.47	0.45	0.42	0.63	0.43	0.61	0.48	0.45

Tabelle 5.15.: Genauigkeiten Kalibrierung System 15

#### 16. 8.5mm Standard-Kamerasystem

Hierbei handelt es sich um ein Standard-Kamerasystem bestehend aus einem  $8.5mm$  Objektiv und einer einer 1.5MP-Industriekamera mit  $4.65\mu m$  Pixelgröße. Der berechnete Öffnungswinkel des Kamerasystems liegt bei rund  $48^\circ$ . Die kalibrierte Kamerakonstante liegt bei  $8.5mm$ , und das System entspricht dem Klassenmodell der Dioptriken mit  $L_D \approx 0.68$  bzw. dem Klassenmodell der Katadioptriken mit  $L_K \approx 0.56$ .

	PEM	STM	ÄQM	FLM	DM	KM	PM	RM
$N_{\text{Parameter}}$	3	3	3	3	3	4	3	3
RMS [px]	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03
$e_{\text{max}}$ [px]	0.19	0.17	0.17	0.17	0.18	0.18	0.18	0.20

Tabelle 5.16.: Genauigkeiten Kalibrierung System 16

#### 17. 18mm CMOS-Industriekamera

Hierbei handelt es sich um ein Standard-Kamerasystem bestehend aus einer  $18mm$ -Zeiss Optik und einer 5.5MP Industriekamera. Die Pixelgröße beträgt  $6.5\mu m$ . Der berechnete Öffnungswinkel des Kamerasystems liegt bei rund  $60^\circ$ . Die kalibrierte Kamerakonstante liegt bei  $18.4mm$ , und das System entspricht weitestgehend dem idealen perspektivischen Modell bzw. dem Klassenmodell der Katadioptriken mit  $L_K \approx 0.15$ .

	PEM	STM	ÄQM	FLM	DM	KM	PM	RM
$N_{\text{Parameter}}$	3	2	3	3	3	3	3	3
RMS [px]	0.06	0.08	0.06	0.06	0.06	0.06	0.05	0.05
$e_{\text{max}}$ [px]	0.45	0.30	0.45	0.41	0.51	0.51	0.25	0.25

Tabelle 5.17.: Genauigkeiten Kalibrierung System 17

#### 18. 24mm Vollformat-Spiegelreflexkamera Nikon D2Xs

Hierbei handelt es sich um eine professionelle 12MP-Vollformat-Spiegelreflexkamera mit  $5.56\mu m$  Pixelgröße. Das Kamerasystem besitzt einen berechneten Öffnungswinkel von rund  $56^\circ$  bei einer kalibrierten Kamerakonstante von  $24.5mm$ .

## 5. Auswertung

Das System entspricht weitestgehend dem idealen perspektivischen Modell bzw. dem Klassenmodell der Katadioptriken mit  $L_K \approx 0.17$ .

	PEM	STM	ÄQM	FLM	DM	KM	PM	RM
$N_{\text{Parameter}}$	3	3	3	3	3	3	3	3
RMS [px]	0.07	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.08	0.07
$e_{\text{max}}$ [px]	0.48	0.41	0.40	0.40	0.41	0.40	0.52	0.47

Tabelle 5.18.: Genauigkeiten Kalibrierung System 18

### 19. 35mm Vollformat-Systemkamera Sony RX1

Das System besteht aus einem 35mm-Objektiv mit einer 24MP-Vollformat-Systemkamera mit  $6.0\mu\text{m}$  Pixelgröße. Der berechnete Öffnungswinkel liegt bei rund  $64^\circ$ . Die kalibrierte Kamerakonstante beträgt  $34.3\text{mm}$ . Das Kamerasystem entspricht weitestgehend dem perspektivischen Abbildungsmodell bzw. dem Klassenmodell der Katadioptriken mit  $L_K \approx 0.2$ .

	PEM	STM	ÄQM	FLM	DM	KM	PM	RM
$N_{\text{Parameter}}$	6	6	6	6	7	7	5	5
RMS [px]	0.10	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.10	0.10
$e_{\text{max}}$ [px]	1.09	0.98	0.96	0.95	0.95	0.98	1.04	1.07

Tabelle 5.19.: Genauigkeiten Kalibrierung System 19

## 5.1.2. Bewertung

### Startwertberechnung

Das alle untersuchten Kamerasysteme erfolgreich kalibriert werden konnten, spricht für die hinreichende Genauigkeit der Startwerte für die zu optimierenden Parameter der beteiligten Modelle. Insgesamt gab es bei keinem der Kamerasysteme grobe Ausreißer bei den Startwerten. Allerdings gab es auch keine wesentlichen Fehler in den Daten. Wie bereits in Kapitel 4.1.2 erwähnt, basiert die vorgestellte Methodik auf der Annahme der Fehlerfreiheit der Beobachtungen. Die Methodik der Startwertermittlung ist empfindlich gegenüber groben Ausreißern. Sind solche Fehler in den Daten zu erwarten, müssen zusätzlich robuste Schätzer, wie das Least Median of Squares (LMedS)-Verfahren verwendet werden. Nachfolgend sind die mittleren Abweichung der wesentlichen Startwerte von den optimierten Werten über alle 19 Kamerasysteme dargestellt. Das sind im Einzelnen die Parameter der Hauptpunktverschiebung  $x_0, y_0$ , die Kamerakonstante des Zentrumsstrahls  $c_0$  sowie die Parameter der Äußeren Orientierung (EO) der einzelnen Bilder  $X_0, Y_0, Z_0, \omega, \varphi, \kappa$ . Die Arbeitsentfernung bei der Kalibrierung betrug zwischen einem und drei Metern.

- $x_0$ :  $0.02 \pm 0.03\text{mm}$
- $y_0$ :  $0.02 \pm 0.04\text{mm}$



- $c_0$ :  $0.01 \pm 0.01mm$
- $X_0$ :  $16.66 \pm 32.06mm$
- $Y_0$ :  $16.38 \pm 45.71mm$
- $Z_0$ :  $5.37 \pm 13.80mm$
- $\omega$ :  $0.40 \pm 0.56^\circ$
- $\varphi$ :  $0.19 \pm 0.20^\circ$
- $\kappa$ :  $0.32 \pm 0.52^\circ$

Somit wurden Startwerte für den Hauptpunkt mit einer Abweichung von wenigen Pixeln (bei einer mittleren Pixelgröße von  $5\mu m$ ) und der Startwert für  $c_0$  auf ein Prozent genau bestimmt. Die Startwerte der EO in der XY-Ebene wurden auf rund  $2cm$  genau geschätzt die Z-Komponenten sogar auf rund  $5mm$  genau. Auch die Startwerte der Rotationswinkel lagen im Schnitt weniger als  $0.5^\circ$  von den optimalen Werten entfernt.

## Modellierung

Erwartungsgemäß folgt keines der untersuchten Kamerasysteme einem der idealen spezifischen Modelle, wie sie in Abschnitt 3.2 vorgestellt wurden. Die hier untersuchten kommerziellen Kamerasysteme liegen i.d.R. alle zwischen dem idealen perspektivischen und stereographischen Abbildungsmodell. Keines der Systeme entspricht dem idealen perspektivischen Modell. Jedes der spezifischen Modelle muss um eine bestimmte Anzahl von Parametern der radial-symmetrischen Verzeichnung ergänzt werden. Da offensichtlich immer ein bestimmter Anteil radial-symmetrischen Verzeichnung nach der klassischen Definition vorhanden ist, kann man nicht von einer optionalen radial-symmetrischen Verzeichnung sprechen. Das rechtfertigt das in dieser Arbeit motivierte Vorgehen, den Anteil der radial-symmetrischen Verzeichnung in das Abbildungsmodell zu integrieren, was zu den approximierenden Modellierungsansätzen, dem Polynomial- und Rationalmodell, führt. Nichtsdestotrotz existieren mit den Systemen 1 und 3 zwei katadioptrische Systeme, die optimal durch das Klassenmodell der Katadioptriken modellierbar (siehe Tabellen 5.1 und 5.3) sind. Das zweite katadioptrische System im Testfeld, System 2, erzielte zwar insgesamt eine fast doppelt bessere Genauigkeit, benötigte aber auch mehr Parameter und wich damit vom Idealmodell ab. Das Fischaugensystem konnte erwartungsgemäß genauso wenig optimal mit einem Klassen- oder spezifischen 1P-Abbildungsmodell kalibriert werden. Die Ursache hierfür liegt u.a. in der Nichtmodellierung der Kaustik durch diese Modelle (siehe Abschnitt 3.4). Auch die dioptrischen Systeme 8 und 11 werden optimal durch ein Klassenmodell kalibriert. Das in der Literatur am häufigsten verwendete perspektivische Abbildungsmodell ist, insbesondere auch bei den langbrennweitigeren Systemen, häufig dem stereographischen Abbildungsmodell unterlegen. Bei den Kamerasystemen mit Öffnungswinkeln größer  $180^\circ$  funktionierte das perspektivische Modell erwartungsgemäß nicht. Weiterhin verhalten sich die beiden

## 5. Auswertung

	PEM*	STM	ÄQM*	FLM*	DM	KM	PM	RM
$E(N_P)$	4.13	3.63	3.33	3.17	3.37	3.37	3.42	3.37
$STD(N_P)$	1.50	1.09	1.00	1.01	1.22	1.13	0.88	0.93

Tabelle 5.20.: Mittlere Anzahl und Streuung der optimalen Anzahl an Parametern über alle Kamerasysteme

Klassenmodelle DM und KM weitestgehend gleich über das gesamte Testfeld. Das bedeutet insbesondere, dass sowohl Systeme der eigenen Klasse als auch der fremden Klasse optimal kalibrierbar mit teils abweichender Parameteranzahl sind. Entgegen den Ergebnissen der theoretischen Untersuchung der Leistungsfähigkeit der approximierenden Modelle PM und RM in Abschnitt 3.6 verhalten sich beide Modelle nahezu identisch. Es ist ein minimaler Vorteil bei der Anzahl der Parameter und der Genauigkeit für das Polynomialmodell (PM) bei den Kamerasystemen 6,9 und 18 festzustellen. Dieser minimale Vorteil fällt in der Praxis nicht ins Gewicht, und so kann das Polynomialmodell mit seiner geringeren rechnerischen Komplexität gegenüber dem Rationalmodell punkten. Die Berechnung und Bestimmung der Differenzenquotienten für die Optimierung der rationalen Funktion sind aufwändiger zu bestimmen als bei einer polynomiellen Funktion. In Tabelle 5.20 sind Mittelwerte und Streuung der optimalen Anzahl an Modellparametern über die gesamten untersuchten Kamerasysteme dargestellt. Die mit Sternchen markierten Abbildungsmodelle konnten nicht alle Systeme optimal kalibrieren bzw. schlugen fehl. Ohne diese Einschränkung zu beachten, weist das flächentreue Abbildungsmodell überraschenderweise den geringsten Erwartungswert für die Anzahl optimaler Parameter auf. Das perspektivische Modell hingegen besitzt den höchsten Erwartungswert und die höchste Streuung bei allen Modellen. Die Klassenmodelle und das Rationalmodell (RM) weisen eine identische mittlere Parameteranzahl vor, unterscheiden sich aber zugunsten der Streuung des Rationalmodells. Das Polynomialmodell besitzt einen leicht größeren Mittelwert als das Rationalmodell, hat allerdings auch eine geringere Streuung.

Insgesamt verhalten sich die Abbildungsmodelle ihre optimale Anzahl an Parametern betreffend recht ähnlich. Auch die Streuungen der Parameteranzahl sind ähnlich mit leichten Vorteilen für die beiden approximierenden Modelle. Somit bietet sich das vorgeschlagene Polynomial- und Rationalmodell als klassenübergreifendes generisches Abbildungsmodell an. Sie modellieren das gesamte Testfeld, die Anzahl der Parameter betreffend auf dem Niveau des jeweils optimalen spezifischen Abbildungsmodells. Aufgrund der computatorisch geringeren Komplexität des Polynomialmodells gilt die Empfehlung diesem Modell als generisches Modell.

### Kalibrierung

Als Maß für die Genauigkeit der Kalibrierung soll das Fehlermaß RMS und der maximale Fehler betrachtet werden. Alle Kamerasysteme, bis auf die drei katadioptrischen Systeme, konnten mit einem RMS von kleiner als  $\frac{1}{10}$  Pixel kalibriert werden. Die katadioptrischen System 2 und 3 erreichen einen RMS von rund  $\frac{1}{5}$  Pixel. Das katadioptrische System 1 liegt bei rund  $\frac{1}{3}$  Pixel. Die größeren Fehler der Katadioptriken liegen u.a.

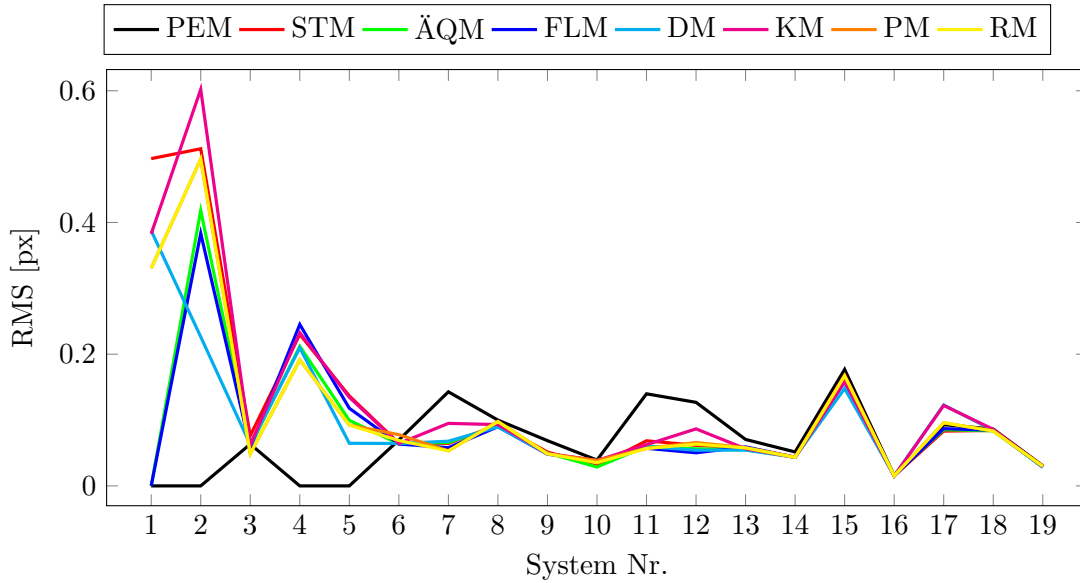


Abbildung 5.1.: Übersicht des RMS der kalibrierten Kamerasysteme

in ihrem schlechteren Auflösungsvermögen (*siehe* Abbildung 3.11) vor allem im Randbereich begründet. Insgesamt konnten alle Kamerasystem mit einem RMS deutlich im Subpixelbereich kalibriert werden. Auch die maximalen Größtfehler treten bei den Katadioptriken auf. Hier entstehen die größten Fehler im Randbereich und liegen zwischen einem und zwei Pixeln. Bei dem Fischaugensystem und den Kamerasystemen 5,10,12 und 19 treten Größtfehler von rund einem Pixel auf. Alle anderen Systeme liegen bei ihren Größtfehlern bei deutlich unter einem Pixel. In Abbildung 5.1 ist der RMS der einzelnen Kamerasysteme dargestellt. Bis auf die Kamerasysteme 1,2 und 4 bewegen sich alle kalibrierten Systeme auf einem ähnlichen Genauigkeitsniveau. Bis auf den in schwarz dargestellten RMS des perspektivischen Modells sind keine auffälligen Effekte erkennbar, und die einzelnen Modelle erzielen gleichwertige Genauigkeiten. Zum Vergleich der Abbildungsmodelle sind die Mittelwerte und Standardabweichungen von RMS und  $e_{\max}$  in Tabelle 5.21 zusammengefasst. Auch hier konnten von den Modellen PEM, ÄQM und FLM nicht alle Kamerasysteme kalibriert werden. Ohne diese Einschränkung liefert das äquidistante Abbildungsmodell im Schnitt die höchsten Genauigkeiten bei mittlerem und größten Fehler. Insgesamt gesehen, bewegen sich alle untersuchten Modelle allerdings auf dem gleichen Niveau. Jedes dieser Modelle erzielt bei erfolgreicher Kalibrierung eine bezüglich des Vergleichsniveaus hinreichende Genauigkeit. Dabei erzielt das Klassenmodell der Dioptriken eine leicht höhere Genauigkeit als das Klassenmodell der Katadioptriken. Die beiden approximierenden Abbildungsmodell PM und RM verhalten sich weitestgehend identisch und erreichen vergleichbare Genauigkeiten wie das jeweils beste spezifische Abbildungsmodell. Mit Hinblick auf die Genauigkeit der Kalibrierung eines Kamerasystems kann man demnach mit einem generischen Modell, wie in dieser Arbeit vorgeschlagen, präzise Kamerakalibrierungen erreichen. Sie bieten weiter

## 5. Auswertung

	PEM*	STM	ÄQM*	FLM*	DM	KM	PM	RM
$E(\text{RMS})$	0.08	0.12	0.09	0.09	0.10	0.13	0.11	0.11
$STD(\text{RMS})$	0.04	0.14	0.09	0.09	0.09	0.14	0.12	0.12
$E(e_{\max})$	0.91	0.85	0.67	0.74	0.69	0.88	0.75	0.74
$STD(e_{\max})$	0.85	0.74	0.46	0.53	0.46	0.64	0.55	0.56

Tabelle 5.21.: Mittlerer RMS und Maximalfehler sowie deren Streuung der optimalen Modelle über alle Kamerasysteme [px]

den Vorteil, das Genauigkeitsniveau unabhängig vom Kamertyp zu erreichen. Insbesondere kann mit Hilfe der generischen Abbildungsmodelle ein Kamerasystem kalibriert werden, dessen spezifische opto-mechanischen Eigenschaften nicht bekannt sind.

Somit konnte die erste Arbeitshypothese *generisches Modell* aus Abschnitt 3.6 verifiziert werden. Es gibt ein generisches Modell, welches die untersuchten Kamerasysteme so genau wie ein spezifisches Abbildungsmodell beschreibt. Auch die zweite Hypothese *Komplexität kontra spezifisches Modell* konnte verifiziert werden. Es hat sich mit Ausnahmen gezeigt, dass die untersuchten Abbildungsmodelle bei ähnlicher Anzahl von Parametern vergleichbare Genauigkeiten erzielen. Die dritte Hypothese *Rationalmodell kontra Polynomialmodell* hingegen wurde durch die empirischen Untersuchungen falsifiziert. Der Vorteil bei der Anzahl von Parametern und der erzielbaren Genauigkeit konnte im Experiment nicht belastbar nachgewiesen werden. Im Gegenteil, das Polynomialmodell ist vorzuziehen, da es eine geringere Komplexität bei der Berechnung und der Bildung von Differenzenquotienten aufweist und somit effizienter zu berechnen ist.

## 5.2. Stereokamerasysteme

Abschließend soll in diesem Kapitel die gesamte Methodik der generischen Kalibrierung von einzelnen Kameras und die Methodik der Modellierung eines generischen Stereosystems an zwei Stereokamerasystemen evaluiert werden. Dazu werden die beiden Kamerasysteme zunächst detailliert vorgestellt und anschließend die Methodik der einheitlichen Modellierung und Kalibrierung bewertet. Abbildung 5.2 zeigt den prinzipiellen Aufbau der beiden untersuchten Stereosysteme. Es wurde für das Stereosystem 1 ein Aufbau, wie in Abbildung 5.2a dargestellt, gewählt, um einen optischen Aufbau wie er z.B. im Roboterfußball günstig wäre, zu erhalten. Das katadioptrische System ermöglicht eine monographische Rundumsicht, um allgemeine Umfeldinformationen zu erhalten. Das Fischaugensystem ist nach vorn gerichtet, um das Aktionsfeld des Roboters voll auszu-leuchten. Der in grün dargestellte Bereich stellt den Schnittbereich der beiden Systeme dar und ermöglicht prinzipiell stereographisches Sehen. Für die Navigation im Aktionsbereich stehen also dreidimensionale Informationen zur Verfügung. Abbildung 5.2b zeigt den schematischen Aufbau des Stereosystem 2. Hier wurden zwei Fischaugensysteme mit einer Verschränkung von rund  $60^\circ$  kombiniert. Diese Kombination ermöglicht eine nahezu  $360^\circ$  monographische Rundumsicht, bis auf den fehlenden hinteren Teil. Im vorderen grün markierten Bereich ist stereographisches Sehen für die optische Navigation

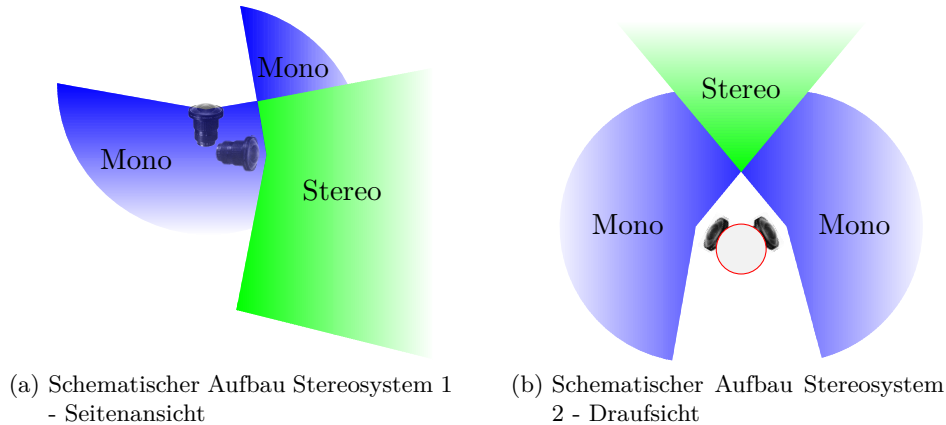


Abbildung 5.2.: Schematischer Aufbau der Stereosysteme

mit einem großen Blickwinkel möglich.

### 5.2.1. Kamerasysteme

Um die Leistungsfähigkeit des hier vorgestellten Ansatzes zu demonstrieren, wurde zum einen ein Fischaugen- und katadioptrisches System und zum anderen ein Stereosystem aus zwei stark verschränkten Fischaugensystemen verwendet. Insbesondere bei letzterem traten Objektpunktinklinationen von über  $90^\circ$  auf. Für jedes Stereosystem werden nachfolgend die Kalibrierengenauigkeiten der Einzelsysteme, sowie die Gesamtgenauigkeit des Stereosystems angegeben.

#### 1. Heterogenes Stereokamerasystem

Für dieses System wurde zwei Kamerasysteme unterschiedlicher Klassen kombiniert. Der experimentelle Aufbau ist in Abbildung 5.3 dargestellt. So handelt es sich bei dem linken Kamerasystem um das katadioptrische System 2 bestehend aus Spiegeloptik und Industriekamera und bei dem rechten Kamerasystem um das Fischaugensystem 4 bei einer Basis von rund einem Meter. Die einzelnen Kamerasysteme als auch das Stereosystem an sich wurden mit den Methoden aus den Abschnitten 4.1 und 4.2 kalibriert. Die Genauigkeiten der einzelnen Kamerasysteme sind in Tabelle 5.22 zusammengefasst, wobei die Systeme über das Polynommodell mit fünf Parametern kalibriert wurden. Der Root Mean Square (RMS) liegt für beide Systeme bei rund 0.2 respektive 0.1 Pixel, wobei der Größtfehler im Randbereich bei rund 0.9 Pixeln liegt. Beide Systeme konnten demnach mit deutlich Subpixelgenauigkeit kalibriert werden, wobei das Fischaugensystem eine höhere Genauigkeit aufweist, was insbesondere an den besseren optischen Abbildungseigenschaften liegt.

Die Bestimmung der Relativen Orientierung (RO) des Stereokamerasystems lieferte folgende Parameter:  $\omega_1 = -2.971^\circ$ ,  $\varphi_1 = -0.556^\circ$ ,  $\kappa_1 = 0.769^\circ$ ,  $\omega_2 = 0.0^\circ$ ,  $\varphi_2 = -13.995^\circ$  und  $\kappa_2 = -0.580^\circ$ . Die Standardabweichung der Parameter beträgt rund  $0.02^\circ$ . Die über die Absolute Orientierung (AO) kalibrierte Basislänge wurde

## 5. Auswertung

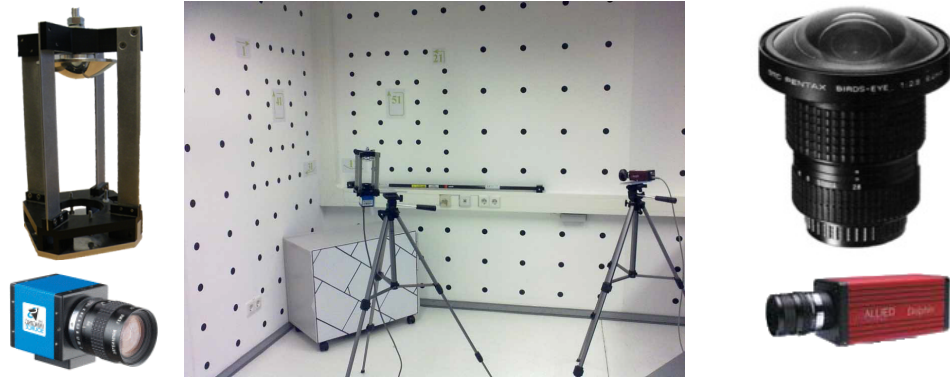


Abbildung 5.3.: Systemaufbau heterogenes Stereosystem 1 - links Katadioptrik, rechts Fischaugensystem

	System links	System rechts
RMS [px]	0.21	0.1
$e_{\max}$ [px]	0.9	0.91
RMSE	9.52e-04	6.09e-04

Tabelle 5.22.: Genauigkeitsmaße für die Einzelkameras des Stereosystems 1

mit 1127.73mm bestimmt. Es traten maximale Öffnungswinkel von rund  $160^\circ$  bei der Kalibrierung des Stereosystems für eine Kamera auf. Die mittlere Y-Parallaxe des Stereomodells, als Maß der Schiefe der Objektpunktstrahlen und damit der RO, lag bei  $-0.14 \pm 1.39\text{mm}$  und hat damit einen leichten systematischen Fehler. Die Genauigkeit des Stereomodells, als Vergleich der Referenzpunkte mit dem skalierten Stereomodell, ist in Tabelle 5.23 zusammengefasst. Es traten demnach mittlere quadratische Fehler von rund 2mm auf. Der Größtfehler - absolut im Raum - betrug rund 11mm. Dabei ist offensichtlich die Y-Dimension mit dem größten Fehler behaftet, was auf die Schiefe der Objektpunktstrahlen zurückzuführen ist.

Dimension	RMS[mm]	Fehler <sub>max</sub> [mm]
X	1.784	6.890
Y	2.322	9.097
Z	1.648	5.825
XYZ	1.940	10.890

Tabelle 5.23.: Genauigkeitsmaße des Stereosystems 1

### 2. Homogenes Stereokamerasystem

Bei diesem System wurden zwei gleiche Fischaugen-Kamerasysteme kombiniert. Der experimentelle Aufbau ist in Abbildung 5.4 dargestellt und besteht aus zwei Fischaugensystemen des Typs des System 4 mit einer Basis von rund 20cm. Die Anordnung entspricht weitestgehend der in Abbildung 5.2b dargestellten. Die Ge-

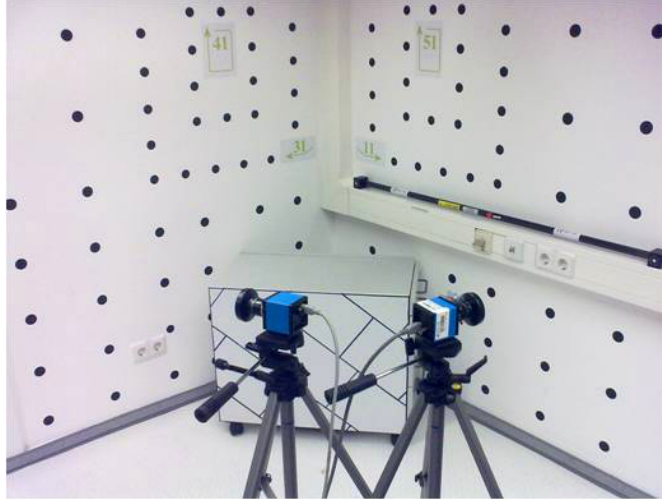


Abbildung 5.4.: Systemaufbau heterogenes Stereosystem 2

	System links	System rechts
RMS [px]	0.1	0.08
$e_{\max}$ [px]	0.66	0.55
RMSE	4.47e-04	4.01e-04

Tabelle 5.24.: Genauigkeitsmaße für die Einzelkameras des Stereosystems 2

nauigkeiten, die bei der Kalibrierung der einzelnen Kamerasysteme erzielt wurden, sind in Tabelle 5.24 zusammengefasst, wobei die Systeme wiederum über das Polynomialmodell mit fünf Parametern kalibriert wurden. Der RMS liegt für beide Systeme bei rund 0.1 Pixeln, wobei der Größtfehler im Randbereich bei rund 0.6 Pixeln liegt. Beide Systeme konnten demnach mit deutlich Subpixelgenauigkeit kalibriert werden. Die Unterschiede bei sonst gleichen Objektiv- und Kameratypen lassen sich durch Fertigungsunterschiede und den leicht unterschiedlichen Kalibrier Aufbau erklären. Die Optimierung der Parameter der RO des Stereokamerasystems ergab:  $\omega_1 = 7.558^\circ$ ,  $\varphi_1 = -64.482^\circ$ ,  $\kappa_1 = 6.453^\circ$ ,  $\omega_2 = 0.0^\circ$ ,  $\varphi_2 = 57.428^\circ$  und  $\kappa_2 = -0.703^\circ$ . Die Standardabweichungen der Parameter liegen bei rund  $0.009^\circ$ . Die über die AO kalibrierte Basislänge wurde mit 374.82mm bestimmt. Es traten maximale Öffnungswinkel von rund  $182^\circ$  bei der Kalibrierung für jeweils eine Kamera auf. Die mittlere Y-Parallaxe des Stereomodells beträgt  $-8.69e-4 \pm 0.14\text{mm}$  und ist damit weitestgehend mittelwertfrei und vernachlässigbar. Die Genauigkeit des Stereomodells ist in Tabelle 5.25 zusammengefasst. Es traten demnach mittlere quadratische Fehler von rund 1.5mm auf. Der räumliche Größtfehler betrug rund 7mm. Bei diesem Stereosystem ist keine Systematik bei den Fehlern zu erkennen.

## 5. Auswertung

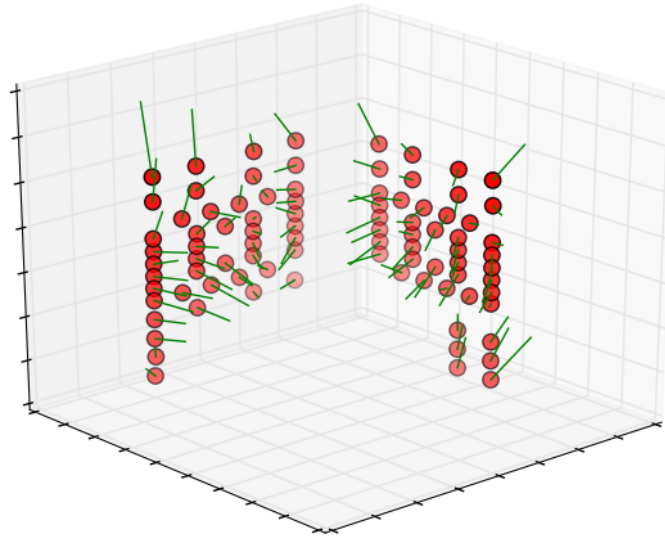


Abbildung 5.5.: Darstellung des abgeleiteten Stereomodells mit überzeichneten Fehlervektoren

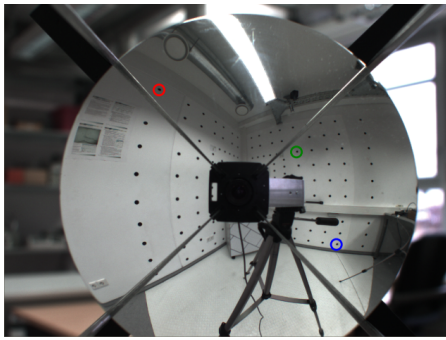
Dimension	RMS[mm]	Fehler <sub>max</sub> [mm]
X	1.394	5.196
Y	1.519	4.578
Z	1.092	4.729
XYZ	1.347	6.954

Tabelle 5.25.: Genauigkeitsmaße des Stereosystems 2

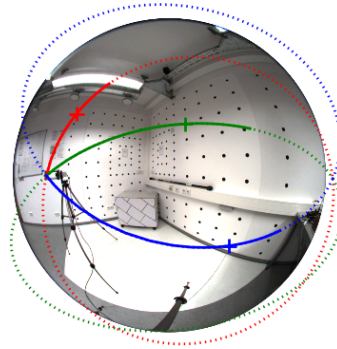
### 5.2.2. Bewertung

Die Fehlermaße der in Abschnitt 5.2.1 kalibrierten Stereosysteme lassen den Schluss einer erfolgreichen Kalibrierung und Herleitung räumlicher Informationen zu. Die vorgestellte einheitliche Methodik der Modellierung und Kalibrierung, insbesondere von heterogenen Kamerasystemen, ist somit in einfacher Weise möglich. Dabei wurde bewusst, soweit es möglich war, auf bewährte Methoden der Photogrammetrie zurückgegriffen bzw. diese angepasst, wie zum Beispiel die Methode der Epipolarometrie. Der absolute Fehler im Raum des erzeugten Stereomodells lag bei den hier untersuchten Stereosystemen bei ca. 1cm. Ein durch das Stereokamerasystem 2 erzeugtes Modell der Kalibrierwand ist in Abbildung 5.5 dargestellt. Es vermittelt einen optischen Eindruck der Genauigkeit der Tiefeninformationen, wie sie in obigen Tabellen quantifiziert wurden. Die Fehlervektoren wurden zur besseren Sichtbarkeit 100-fach überzeichnet dargestellt. Zur Bestimmung der homologen Punkte, die für die Berechnung der Tiefeninformationen notwendig sind, kann ebenfalls auf bewährte Methoden zurückgegriffen werden. Anstatt auf Epipolarlinien muss nun allerdings auf Epipolarcurven nach den entsprechenden Punkten gesucht werden. In Abbildung 5.6 sind drei solcher Epipolarcurven exemplarisch dargestellt. Sie





(a) Linkes Bild mit homologen Punkten



(b) Rechtes Bild mit Epipolar-kurven

Abbildung 5.6.: Darstellung berechneter Epipolar-kurven - gestrichelt: physikalisch unmöglich

wurden mit dem Stereosystem 1 erzeugt. So sind im linken Bild 5.6a drei exemplarisch markierte Punkte zu sehen. Im rechten Bild 5.6b sind die korrespondierenden Epipolar-kurven dargestellt. Hierbei handelt es sich allerdings nur bei dem durchgezogenen Teil um den gültigen Teil, da dieser vor der Kamera liegt. Der gestrichelte Teil der Kurve ist die Projektion weiterer Punkte der Epipolarebene, die hinter der Kamera liegen und somit physikalisch nicht abbildbar sind. Eine klassische Rektifizierung, um bestehende Stereomatcher unverändert anwenden zu können, ist nicht allgemein möglich. Nicht jedes Kamerasystem, insbesondere die hier untersuchten, lassen sich aufgrund ihrer Öffnungswinkel in die notwendige perspektivische Darstellung mit klassischen Mitteln überführen.



## 6. Zusammenfassung

Im Bereich der Nahbereichsphotogrammetrie und Computer Vision werden heutzutage eine Vielzahl unterschiedlicher Kamerasysteme eingesetzt. Viele dieser Kamerasysteme arbeiten mit großen Öffnungswinkeln, die teilweise  $180^\circ$  übersteigen können. In einer Vielzahl von Anwendungen, wie z.B. in der Verkehrstechnik oder auch Robotik, sollen Kamerasysteme als Sensoren verwendet werden. So sollen beispielsweise Längen, Orte oder Geschwindigkeiten aus Bildinformationen bestimmt oder dreidimensionale Objekte rekonstruiert werden. Dafür ist es notwendig, den Abbildungsvorgang genau zu kennen und mathematisch modellieren zu können. Für die Modellierung des Abbildungsvorganges gibt es den jahrhundertealten Ansatz der Zentralperspektive. Dieser Ansatz wird heute noch am häufigsten verwendet und muss oft durch ein Modell der Verzeichnung, also der Abweichung des Abbildungsvorganges vom Idealmodell der Perspektive, ergänzt werden. Insbesondere Kamerasysteme, die große Öffnungswinkel besitzen, lassen sich nicht mehr über das klassische Modell der Perspektive modellieren und kalibrieren. Für solche nicht perspektivischen Kamerasysteme und -typen existieren in der Literatur zahlreiche unterschiedliche Modelle und vor allem auch Methoden der Kalibrierung, d.h. die Bestimmung der Parameter des jeweiligen Abbildungsmodells. Es ist häufig nicht klar, welches spezifische Modell das konkrete Kamerasystem am besten beschreibt. Auch existieren mitunter aufwendige Methoden der Kalibrierung, die nicht ohne Weiteres übertragbar sind. Ferner ist für einige Anwendungen auch die Kombination von unterschiedlichen Kamerasystemen zu einem Stereosystem von Interesse. Insbesondere bedeutet das, dass zum Beispiel Fischaugen- und Spiegellinsenkamerasysteme zu einem Stereosystem kombiniert werden können. Ließen sich diese verschiedenen Kamerasysteme über ein einheitliches Modell beschreiben, vereinfacht dies die Kalibrierung des Gesamtsystems erheblich. Ein solches generisches Modell hat weitere Vorteile, wenn das Modell oder die physikalischen Eigenschaften eines spezifischen Kamerasystems im Vorfeld nicht bekannt sind.

Das Ziel der Arbeit war es, eine einheitliche Methodik der Modellierung, Kalibrierung und Verwendung für eine Vielzahl gängiger Kamerasysteme zu schaffen. Dies ermöglichte, neben einer reduzierten Fehleranfälligkeit durch falsche Modellwahl oder Methodik der Kalibrierung, insbesondere die Kombination unterschiedlicher Kameraklassen zu einem Stereosystem sowie die erfolgreiche Stereoauswertung und 3D-Rekonstruktion. Die entscheidenden Schritte waren hierbei die Identifizierung eines generischen Abbildungsmodells und dessen einheitliche Kalibrierung. Eine besondere Herausforderung lag in der allgemeingültigen Bestimmung von Startwerten für die Optimierung nichtlinearer Abbildungsfunktionen.

Hierzu wurde zunächst eine umfangreiche Literaturrecherche zu verschiedenen Kamerasystemen, wie sie im Nahbereich Anwendung finden, zu spezifischen Kameramodellen

## 6. Zusammenfassung

für einzelne Kamerasysteme und zu Modellen für ganze Kameraklassen sowie deren jeweilige Methoden der Kalibrierung und Startwertermittlung durchgeführt. Die Kamerasysteme wurden nach ihrem opto-mechanischen Aufbau bzw. optischen Eigenschaften klassifiziert. Kamerasysteme der jeweiligen Klassen besitzen unterschiedliche optische Eigenschaften, wie Öffnungswinkel und Auflösungsvermögen. Insbesondere zählt zu diesen Eigenschaften die Erfüllung der Bedingung eines einzelnen Projektionszentrums. Es wurde gezeigt, dass bei Nichterfüllung dieser Forderung eine Kaustik resultiert. Diese konnte modelliert und ihre Äquivalenz zum Polynomialmodell (PM) gezeigt werden.

Nun wurde eine allgemeingültige Abbildungsvorschrift definiert und die jeweiligen Abbildungsmodelle in eine einheitliche Form überführt, sodass ein einheitliches, d.h. von dem jeweiligen Kamerasystem unabhängiges, Optimierungsproblem entsteht. Anschließend wurden für die Arbeit zwei relevante Kameraklassen identifiziert und die recherchierten Kameramodelle entsprechend zugeordnet. Das sind die Klasse der dioptrischen (Linsen-) und die Klasse der katadioptrischen (Spiegellinsen-) Systeme. Für diese beiden Klassen wurde jeweils ein Klassenmodell bestimmt und evaluiert. Diese Klassenmodelle definieren zusammen den Modellbereich, den ein generisches Kameramodell im Bereich der Nahbereichsphotogrammetrie theoretisch abdecken muss. Nun wurden vier Abbildungsmodelle vorgestellt und auf ihre Anwendbarkeit als generisches klassenübergreifendes Abbildungsmodell hin untersucht. Dies waren die beiden Zwei-Parameter-Klassenmodelle, „dioptrisches Modell nach Gennery“ und „katadioptrisches Modell nach Geyer und Daniilidis“ sowie die Abbildungsmodellierung über eine polynomiale Funktion (Polynomialmodell) und eine rationale Funktion (Rationalmodell). Für die Bewertung und den Vergleich von Genauigkeiten von Modellen unterschiedlicher Komplexität wurde das Konzept des Informationskriteriums verwendet. Es wurde in einer ersten Abschätzung gezeigt, dass die Klassenmodelle nicht geeignet sind, Kamerasysteme der jeweils anderen Klasse zu modellieren. Das Polynomial- und das Rationalmodell sind hingegen geeignet, den gesamten definierten Modellbereich abzudecken. Allerdings genügt dem Rationalmodell hierfür eine deutlich geringere Anzahl an Parametern. Zusätzlich wurden typische Vertreter der oben definierten Kameraklassen in einem Optik-(Raytracing-)Programm simuliert und mit den vier Kandidaten für das generische Modell kalibriert und bewertet. Zum einen zeigte es sich, dass das Polynomial- und das Rationalmodell statt zwei Parameter drei bis vier Parameter benötigt, um das Genauigkeitsniveau des jeweiligen Klassenmodells zu erreichen. Zum anderen zeigte sich, dass die beiden Klassenmodelle Idealmodelle sind, dem die untersuchten Kamerasysteme nicht voll entsprechen. Demnach waren mit dem Polynomial- und das Rationalmodell insgesamt viel höhere Modellgenauigkeiten möglich. Ergänzt man die Zwei-Parameter-Klassenmodelle um ein Modell der radial-symmetrischen Verzeichnung, erzielten alle vier Modelle ähnliche Genauigkeiten bei ähnlicher Parameteranzahl bei den untersuchten synthetischen Kameras. Damit kommen sowohl das Polynomial- als auch das Rationalmodell als generisches Modell in Frage, auch wenn das Rationalmodell die Genauigkeit des Polynomialmodells bei insgesamt geringerer Anzahl an Parametern erreicht und damit geeigneter erscheint.

Im weiteren Verlauf der Arbeit wurde eine einheitliche Methodik der Kalibrierung der identifizierten generischen Kameramodelle entwickelt. Als Basis wurde von dem in der Photogrammetrie üblichen Bündelblockausgleich ausgegangen. Diese Methode ist

eine etablierte und gut untersuchte Methode der Kalibrierung, bei der die Parameter des Gesamtmodells indirekt über eine Vielzahl von Beobachtungen abgeleitet werden. Die Beobachtungen sind photogrammetrische Referenzpunkte, deren Koordinaten hoch genau bekannt sind. Es wurde gezeigt, dass der Effekt der Exzentrizität bei der Abbildung der kreisrunden photogrammetrischen Targets nicht signifikant ist, solange das Aufnahmesetup sorgfältig gewählt wird. Das bedeutet insbesondere, dass die Abbilder der Targets einen Durchmesser von 25 Pixeln nicht überschreiten sollten, um die absolute Abweichung des Abbildes des Referenzpunktes im Subpixelbereich zu halten. Ferner wurde gezeigt, dass der Effekt der Exzentrizität insbesondere bei perspektivischen und Katadioptriksystemen zum tragen kommt, während der Effekt bei Fischaugensystemen kaum ausgeprägt ist.

Über die Bestimmung der Position der Abbildungen der Referenzpunkte im Bild wird ein überbestimmtes Gleichungssystem aufgestellt. Bei der Verwendung eines gradientenbasierten Optimierungsverfahrens werden Startwerte für die nichtlinearen Abbildungsmodelle benötigt. Hierfür wurde in der Arbeit eine Methodik entwickelt, die, unter der Bedingung des Erhaltes des Azimuts des Objektstrahles bei der Abbildung, einen quasi linearen Zusammenhang zwischen den Beobachtungen herstellt. Auf diese Weise ließen sich unabhängig vom konkreten Kamerasystem Startwerte für die meisten Parameter bestimmen. Der für das Abbildungsmodell entscheidende Zusammenhang zwischen der Inklination des Objektpunktstrahles und dem abgebildeten Radius wurde als polynomial angenommen. Auf diese Weise konnte durch Inversion eines monotonen Polynoms und der bereits ermittelten Parameter der Abbildung auf die fehlenden Startwerte der Parameter geschlossen werden. Mit einem geeigneten Optimierungsverfahren konnten nun sämtliche Parameter des Gesamtmodells erfolgreich geschätzt werden. Dabei betrugen die Abweichungen von den optimierten Werten für Hauptpunkt und nominaler Kamera-konstante rund  $1/100\text{mm}$ . Die Parameter der Äußeren Orientierung (EO) konnten auf rund  $1.5\text{cm}$  bzw.  $0.3^\circ$  genau bestimmt werden.

Die abschließende Bewertung der Kombination aus einheitlichem Abbildungsmodell, Kalibriermethodik und Startwertbestimmung wurde nun an rund 20 verschiedenen Kamerasystemen vorgenommen. Entgegen den ersten Annahmen, basierend auf theoretischen Untersuchungen, verhielten sich die untersuchten Abbildungsmodelle weitestgehend gleich, sofern diese über eine ähnliche Anzahl an Parametern verfügten. Insbesondere bedeutet dies aber auch, dass das Polynomial- oder Rationalmodell sich in jeder Hinsicht vergleichbar dem spezifischen Modell eines Kamerasystems verhielten. Es konnte gezeigt werden, dass verlässliche Startwerte erzeugt werden konnten und sowohl unter Verwendung des Polynomial- als auch des Rationalmodells die Genauigkeiten der jeweiligen spezifischen Modelle erreicht wurden. Somit sind die generischen Modell einsetzbar, ohne das eine Kenntnis über ein adäquates Abbildungsmodell eines bestimmten Kamerasystems notwendig wäre. Bei der Kalibrierung sind mittlere Größtfehler von rund 0.75 Pixeln im Bildraum aufgetreten. Auch hier zeigten sich, wie bei den simulierten Kamerasystemen, insgesamt ähnliche Genauigkeiten bei ähnlichen Komplexitäten der jeweiligen Modelle. Mit Ausnahme des um ein Verzeichnungsmodell ergänzten Perspektivmodells, was der am häufigsten gewählte Ansatz ist, konnten alle untersuchten Abbildungsmodelle erfolgreich zur Kalibrierung verwendet werden.

## 6. Zusammenfassung

Für die Verwendung von unterschiedlichen Kamerasystemen in einem generischen Stereokamerasystem wurde auf das in der Photogrammetrie bewährte Konzept der Epipolargeometrie zur Kalibrierung und Auswertung der Stereoinformation zurückgegriffen. Für das vorgestellte generische Abbildungsmodell musste das Konzept der Epipolargeometrie dahingehend angepasst werden, dass die Z-Komponenten der Komplanaritätsbedingung nun variabel sind. Ferner entstehen keine Epipolargeraden, sondern durch das Polynom- bzw. Rationalmodell erzeugte Epipolarkurven im korrespondierenden Bild. Da dies die beiden einzigen Unterschiede zum klassischen Verfahren der Epipolargeometrie sind, kann ansonsten vollständig analog zu diesem etablierten Konzept vorgegangen werden. Zur Bewertung des Verfahrens wurden verschiedene Kombinationen aus Fischaugen und Katadioptriken kalibriert und stereoskopisch ausgewertet. Es konnte gezeigt werden, dass unter Laborbedingung ein RMS von weniger als 2mm im 3D-Modell erzielt werden konnte. Diese Genauigkeiten wurden insbesondere mit einer Kombination von verschiedenartigen Kamerasystemen erzeugt, war aber auch bei einer Kombination gleichartiger Kamerasysteme, als Stereosystem zweier Fischaugensysteme erfolgreich anwendbar. Abschließend wurde eine Darstellung der Epipolarkurven als Äquivalent zu Epipolarlinien gegeben.

Somit konnte in dieser Arbeit gezeigt werden, dass die entwickelte einheitliche Methodik von Modellierung und Kalibrierung für die hier untersuchten Mono- und Stereokamerasysteme geeignet und praktisch anwendbar ist.

## Ausblick

Die in dieser Arbeit dargestellten Inhalte lassen eine Reihe von Anknüpfungspunkten zu. So sind, wie in der genannten Literatur im Abschnitt 1.2 dargestellt, Schachbrettmuster für die Kalibrierung einer Reihe von Kamerasystemen besser geeignet, da hier der Effekt der Exzentrizität nicht auftritt. Die vorgestellte Methode kann leicht auf diesen Ansatz umgestellt werden, bei dem mit kleineren Root Mean Square (RMS)-Werten zu rechnen ist. Auch eine Anpassung der Methode der Startwertbestimmung für planare Kalibrierstrukturen ist erstrebenswert, um den vorgestellten Ansatz weiter zu verallgemeinern. Diese beiden Ansätze würden die Akzeptanz besonders im Bereich der Computer Vision verbessern, da hier oft mit solchen Kalibrierstrukturen gearbeitet wird.

Prinzipiell lässt sich der hier vorgestellte Ansatz auf ein generisches Multikamerasystem übertragen. Dies kann zum einen über die paarweise Kalibrierung der Kamerasysteme geschehen, was die in der Literatur übliche Methode der Kalibrierung von Multikamerasystemen ist (Faugeras und Robert (1996)). Ferner ist auch eine Modifizierung des n-fokal Tensors denkbar.

Ein weiterer Anknüpfungspunkt bietet die Ableitung von 3D-Informationen. Um klassische Stereomatcher anwenden zu können, müssten die Bilder entsprechend rektifiziert werden. Prinzipiell könnte die Epipolarkurve eines homologen Punktes als Teil einer Bildzeile angesehen werden. Wie in Abbildung 5.6 dargestellt, gibt es nur einen begrenzten Teil der kompletten Epipolarkurve, der als Suchraum in Frage kommt. So können die Bilder sukzessive in eine Form transformiert werden, in der wieder zeilenweise nach

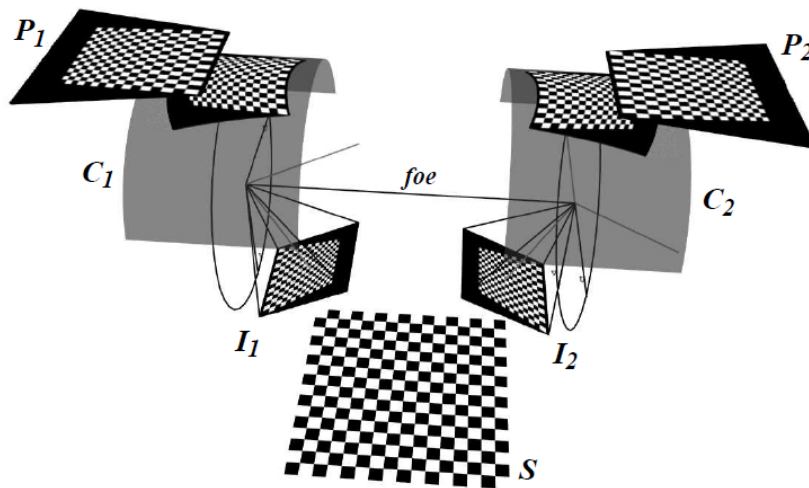


Abbildung 6.1.: Darstellung der zylindrischen Rektifizierung aus Roy u. a. (1997)

homologen Punkten gesucht werden kann. Der Aufwand für eine solche Transformation scheint höher zu sein, als einen Stereomatcher so zu modifizieren, dass er auf Kurven und nicht auf Geraden sucht. Die klassische Rektifizierung, das heißt Herstellung des Stereonormalfalls, funktioniert allerdings nach Pollefeys u. a. (1999) nicht, wenn Epipole im Bild liegen. Das führt zu unendlich großen rektifizierten Bildern. Roy u. a. (1997) schlagen daher eine zylindrische Rektifizierung vor, wie sie in Abbildung 6.1 dargestellt ist. Auf diese Weise lassen sich auch Bilder mit sichtbaren Epipolen verwenden, wie es bei einem Beispiel aus dieser Arbeit der Fall ist.





## A. Absolute Conic (AC)

Pollefeys und Gool (1997); Zhang (1998) führen die *projective plane* als projektiven Raum  $P^2$  ein. Alle Punkte in diesem Raum sind durch den homogenen Vektor  $m = [xyw]^T$  definiert. In diesem Raum gilt das Prinzip der Dualität von Punkt und Linie. Eine Linie  $l = [xyw]^T$  wird ebenfalls durch einen homogenen 3-Vektor beschrieben. Es gilt:

$$l^T m = 0$$

$$m_1 \times m_2 = l$$

$$l_1 \times l_2 = m$$

Der *projective 3D space* ist der Projektive Raum  $P^3$ . In diesem Raum wird ein Punkt durch den homogenen Vektor  $M = [XYZW]^T$  beschrieben. In diesem Raum ist die Duale zu einem Punkt eine Ebene  $\Pi$ . Eine Linie ist in diesem Raum durch die Linearkombination aus zwei Punkten  $\lambda_1 M_1 + \lambda_2 M_2$  aus dem Schnitt ihrer dualen Ebenen  $\Pi_1 \cap \Pi_2$  gegeben. In  $P^2$  gilt für die Transformation eines Punktes

$$m' = \lambda H m \sim H m$$

aufgrund der Dualität von Punkt und Linie folgt ( $H$  ist 3x3-Matrix):

$$l' \sim H^{-T} l$$

wegen

$$l^T m = l^T \mathbf{I} m = l^T H^{-1} H m = \left( H^{-T} l \right)^T m' = l'^T m' = 0$$

Analog dazu gilt für  $P^3$  ( $T$  ist eine 4x4-Matrix):

$$M' \sim T M$$

$$\Pi' \sim T^{-T} \Pi$$

Ein Kegelschnitt in  $P^2$  ist definiert über alle Punkte  $m = [xy1]^T$ , die folgende Gleichung erfüllen

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Dies ist die Matrixschreibweise der klassischen quadratischen Darstellung des Kegelschnitts:

$$S(m) = m^T C m = 0$$

## A. AC

mit

$$C = \begin{bmatrix} A & \frac{B}{2} & \frac{D}{2} \\ \frac{B}{2} & C & \frac{E}{2} \\ \frac{D}{2} & \frac{E}{2} & F \end{bmatrix}$$

$C$  ist symmetrisch und hat daher 5 Unbekannte. Natürlich existiert auch ein “dual conic”  $C^*$  für Linien:

$$l^T C^* l = 0$$

Die generellen Schnittpunkte eines Kegelschnitts  $S$  mit einer Linie (definiert über die beiden Punkte  $m, m'$ :  $l = m + \lambda m'$ ) sind über folgende quadratische Gleichung definiert:

$$\lambda^2 S(m) + 2\lambda S(m, m') + S(m') = 0$$

Fallen beide Schnittpunkte in ein und denselben Punkt, handelt es sich um eine Tangente von  $S$ . Dies ist der Fall, wenn die Diskriminante der quadratischen Gleichung gleich Null ist:

$$S(m, m') - S(m) S(m') = 0$$

Liegt ein Punkt auf  $S$  selbst reduziert sich die Gleichung der Tangente zu

$$S(m, m') = m' C m = 0$$

und die Gleichung der einen Tangente  $l$  zu Punkt  $m$  auf  $S$  lautet

$$l \sim C^T m = C m$$

Für die Tangente  $l$  eines Punktes  $m^T C m$  auf  $S$  gilt  $l^T C^{-1} l = 0$ . Diese Tangente eines Kegelschnittes  $C$  gehört zu seinem dualen Kegelschnitt  $C^*$ . Daher gilt bei vollem Rang

$$C^* \sim C^{-1}$$

Analog zur Transformation von Punkten und ihrer Dualen, das heisst Linien, kommt man auch zu den Transformationen von Kegelschnitten für Punkte und Linien. Aus

$$m'^T C' m' \sim m^T H^T H^{-T} C H^{-1} H m = 0$$

$$l'^T C^{*'} l' \sim l^T H^{-1} H C^* H^T H^{-T} l = 0$$

wird somit

$$C' \sim H^{-T} C H^{-1}$$

$$C^{*'} \sim H C^* H^T$$

Ferner gilt  $(C')^* = (C^*)'$ . Für den Raum  $P^3$  gilt das obige analog für die Quadrik  $Q$  und ihre Duale  $Q^*$ :

$$M^T Q M = 0$$

$$\Pi^T Q^* \Pi = 0$$

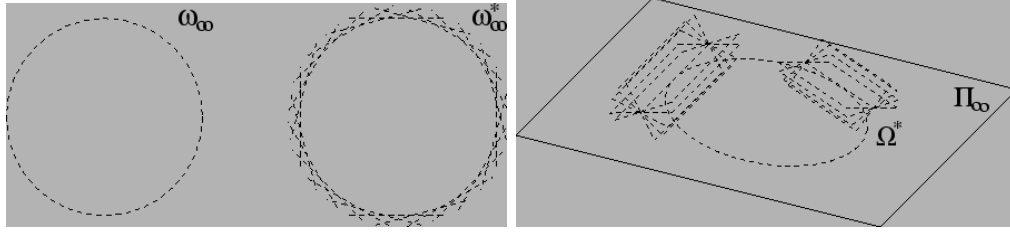


Abbildung A.1.: Darstellung der Absolute Conic aus Pollefeys (2002)

$$Q^* \sim Q^{-1}$$

Tangente einer Quadrik

$$\Pi = QM$$

Transformationen im 3D-Raum  $P^3$  können in verschiedene Ebenen eingeteilt werden. Projektiv-, Affin-, Ähnlichkeits- und Euklid-Transformation. Mit aufsteigender Schicht gewinnen die Transformationen zusätzliche Invarianten. Die Ähnlichkeitstransformation verändert die Ebene im Unendlichen  $\Pi_\infty$  nicht und ein Kegelschnitt auf dieser Ebene bleibt erhalten. Dies ist die AC  $\Omega$  oder auch sein Dual  $\Omega^*$  (Beweis siehe Pollefeys (2002)). Auf der Ebene wird die AC als  $\omega_\infty$  und das Dual als  $\omega_\infty^*$  bezeichnet. Siehe dazu Abbildung A.1. Die AC ist formal definiert über zwei Gleichungen als:

$$\Omega : X^2 + Y^2 + Z^2 = 0, W = 0$$

Ihr Dual lässt sich mit einer Gleichung definieren:

$$\Omega^* \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Für den Raum  $P^2$  gilt:

$$\omega_\infty \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \omega_\infty^* \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Aus der affinen Darstellung der AC ergibt sich folgende Form für die AC

$$\omega_\infty = A^{-T} A^{-1}, \omega_\infty^* = A A^T$$

Durch Faktorisierung oder Singular Value Decomposition (SVD) lässt sich  $A$  aus AC bestimmen. Zwei Ebenen  $\Pi$  und  $\Pi'$  sind orthogonal, wenn gilt:

$$\Pi^T \Omega^* \Pi' = 0$$

## Absolute Conic (AC) und dessen Abbildung Image of AC (IAC)

Da die AC gegenüber Ähnlichkeitstransformationen invariant ist, ändert sich die relative Position von AC nicht, wenn eine Kamera mit konstanter IO bewegt wird. Die Bewegung einer Kamera wird durch eine Translation und Rotation beschrieben. Es kann als natürlich vorhandenes Kalibrierobjekt in jedem Bild angesehen werden. Der einfachste Weg der Repräsentation von AC ist über ihr Dual:

$$\omega^* \sim P_i \Omega^* P_i^T$$

wobei sich die Projektionsmatrix auf übliche Weise zerlegen lässt:  $P_i = K R_i^T [I | -T_i]$ . Setzt man diese Zerlegung in die obige Gleichung ein, erhält man für den euklidischen Fall (mit  $\Omega^* = \text{diag}(1110)$ ):

$$\omega^* \sim K K^T$$

Der Beweis der Invarianz des IAC gegenüber einer *rigid transformation* wird in Faugeras und Maybank (1990) geführt. Der Zusammenhang zwischen IAC und der Fundamentalmatrix der Epipolargeometrie wird in Maybank und Faugeras (1992); Luong und Faugeras (1997) beschrieben und gründet auf die Gleichungen von Kruppa Kruppa (1913). Sie besagen, dass die Elemente zweier durch eine Fundamentalmatrix transformierter IAC das gleiche Verhältnis haben:

$$\frac{d_{11}}{d'_{11}} = \frac{d_{12}}{d'_{12}} = \frac{d_{22}}{d'_{22}}$$

Kruppa hatte nachgewiesen, dass aus zwei Perspektiven mit bekannter innerer Orientierung und fünf beliebigen homologen Punkten, die relative Orientierung rekonstruierbar ist. Im Allgemeinen gibt es allerdings 11 mögliche Lösungen. Dass es in Wirklichkeit „nur“ 10 nicht symmetrische Lösungen sind, wird in Faugeras und Maybank (1990) bewiesen. Die Herleitung der Kruppa-Gleichungen aus der Fundamentalmatrix wird noch einmal vereinfacht in Hartley (1997) beschrieben. Anders ausgedrückt beschreiben die Kruppa Gleichungen folgendes: Die beiden Ebenen die durch die beiden Projektionszentren definiert und tangential zur AC sind, müssen ebenfalls tangential zu den beiden IACs sein.

## B. Zusammenhang Perspektivisches und Stereographisches Modell

Nach Ying und Hu (2004a) lässt sich das stereographische Modell  $r_{ster}$  in das perspektivische Modell  $r_{pers}$  über eine rationale Funktion (identisch zu Fitzgibbon (2001)) überführen:

$$r_{pers} = \frac{c_{pers}}{c_{ster}} \cdot \frac{r_{ster}}{1 - \left(\frac{r_{ster}}{2c_{ster}}\right)^2}$$



## C. Herleitung radial-asymmetrische Verzeichnung

Die radial-asymmetrische Verzeichnung kann in ihre tangentielle und radiale Komponente wie folgt zerlegt werden:

$$\begin{aligned}\Delta x &= \Delta r \frac{x}{r} - \Delta t \frac{y}{r} \\ \Delta y &= \Delta r \frac{y}{r} + \Delta t \frac{x}{r}\end{aligned}$$

Die radiale Komponente ist eine Skalierung des normierten Richtungsvektors und die tangentielle Komponente eine Skalierung und Addition des normierten Richtungsvektors. Siehe Abbildung 3.21. Nach Conrads Modell (Conrady (1919)) sind die radiale und tangentielle Komponente wie folgt definiert:

$$\Delta r = 3P(r) \sin(\varphi - \varphi_0)$$

$$\Delta t = P(r) \cos(\varphi - \varphi_0)$$

Hier repräsentiert der Phasenwinkel  $\varphi_0$  den Winkel zwischen x-Achse und der Richtung der größten tangentialen Verzeichnung.  $P(r)$  ist die vom Radius abhängige Profelfunktion und als Polynom definiert:

$$P(r) = J_1 r^2 + J_2 r^4 + J_3 r^6 + \dots$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned}\Delta x &= 3P(r) \sin(\varphi - \varphi_0) \frac{x}{r} - P(r) \cos(\varphi - \varphi_0) \frac{y}{r} \\ &= 3P(r) (\sin \varphi \cos \varphi_0 - \cos \varphi \sin \varphi_0) \frac{x}{r} - P(r) (\sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0) \frac{y}{r} \\ &= 3P(r) \left( \sin \left( \arctan \frac{y}{x} \right) \cos \varphi_0 - \cos \left( \arctan \frac{y}{x} \right) \sin \varphi_0 \right) \frac{x}{r} \\ &\quad - P(r) \left( \sin \left( \arctan \frac{y}{x} \right) \sin \varphi_0 + \cos \left( \arctan \frac{y}{x} \right) \cos \varphi_0 \right) \frac{y}{r} \\ &= 3P(r) \left( \frac{y}{r} \cos \varphi_0 - \frac{x}{r} \sin \varphi_0 \right) \frac{x}{r} - P(r) \left( \frac{y}{r} \sin \varphi_0 + \frac{x}{r} \cos \varphi_0 \right) \frac{y}{r} \\ &= P(r) (y \cos \varphi_0 - x \sin \varphi_0) \frac{3x}{r^2} - P(r) (y \sin \varphi_0 + x \cos \varphi_0) \frac{y}{r^2} \\ &= P(r) \left( \frac{3xy}{r^2} \cos \varphi_0 - \frac{xy}{r^2} \cos \varphi_0 - \frac{3x^2}{r^2} \sin \varphi_0 - \frac{y^2}{r^2} \sin \varphi_0 \right)\end{aligned}$$

*C. Herleitung radial-asymmetrische Verzeichnung*

$$\begin{aligned}
 &= P(r) \left( \frac{2xy}{r^2} \cos \varphi_0 - \frac{3x^2 + y^2}{r^2} \sin \varphi_0 \right) \\
 &= P(r) \left( \frac{2xy}{r^2} \cos \varphi_0 - \frac{3x^2 + y^2 - 2x^2 + 2x^2}{r^2} \sin \varphi_0 \right) \\
 &= P(r) \left( \frac{2xy}{r^2} \cos \varphi_0 - \left( 1 + \frac{2x^2}{r^2} \right) \sin \varphi_0 \right)
 \end{aligned}$$

Durch Ausmultiplizieren mit  $J_1 r^2$  und Ersetzen von  $p_1 = -J_1 \sin \varphi_0$ ,  $p_2 = J_1 \cos \varphi_0$ ,  $p_3 = \frac{J_2}{J_1}$ ,  $p_4 = \frac{J_3}{J_1}$  und so weiter folgt:

$$\Delta x = \left( 2p_2 xy + (r^2 + 2x^2) p_1 \right) \left( 1 + p_3 r^2 + p_4 r^4 + \dots \right)$$

Analog für  $\Delta y$ .



## D. Direkte Lineare Transformation

Durch Umformungen und Erweiterung der Kollinearitätsgleichungen um zwei Parameter  $b_1$ (= Maßstab;Affinität) und  $b_2$ (= Scherung)

$$\begin{aligned} x' &= x_0 - c \frac{\mathbf{i}^T (X - X_0)}{\mathbf{k}^T (X - X_0)} \\ y' &= y_0 - b_1 c \frac{\mathbf{j}^T (X - X_0)}{\mathbf{k}^T (X - X_0)} - b_2 c \frac{\mathbf{i}^T (X - X_0)}{\mathbf{k}^T (X - X_0)} \end{aligned} \quad (\text{D.1})$$

entsteht folgender Zusammenhang:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{X(r_{31}x_0 - cr_{11}) + Y(r_{32}x_0 - cr_{12}) + Z(r_{33}x_0 - cr_{13})}{r_{31}X - r_{31}X_0 + r_{32}Y - r_{32}Y_0 + r_{33}Z - r_{33}Z_0} \\ &+ \frac{c(r_{11}X_0 + r_{12}Y_0 + r_{13}Z_0) - x_0(r_{31}X_0 + r_{32}Y_0 + r_{33}Z_0)}{r_{31}X - r_{31}X_0 + r_{32}Y - r_{32}Y_0 + r_{33}Z - r_{33}Z_0} \\ y' &= \frac{X(-cdr_{11} - cmr_{21} + r_{31}y_0) + Y(-cdr_{12} - cmr_{22} + r_{32}y_0) + Z(-cdr_{13} - cmr_{23} + r_{33}y_0)}{r_{31}X - r_{31}X_0 + r_{32}Y - r_{32}Y_0 + r_{33}Z - r_{33}Z_0} \\ &+ \frac{cd(r_{11}X_0 + r_{12}Y_0 + r_{13}Z_0) + cm(r_{21}X_0 + r_{22}Y_0 + r_{23}Z_0) - y_0(r_{31}X_0 + r_{32}Y_0 + r_{33}Z_0)}{r_{31}X - r_{31}X_0 + r_{32}Y - r_{32}Y_0 + r_{33}Z - r_{33}Z_0} \end{aligned}$$

Zusammengefasst, substituiert und umgeformt und den Bruch gekürzt um  $\mathbf{k}^T \mathbf{X}_0 = -(r_{31}X_0 + r_{32}Y_0 + r_{33}Z_0)$  ergibt sich

$$\begin{aligned} x' &= \frac{\mathbf{a}^T X + a_4}{\mathbf{c}^T X + 1} \\ y' &= \frac{\mathbf{b}^T X + b_4}{\mathbf{c}^T X + 1} \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \frac{c\mathbf{i} - x_0\mathbf{k}}{\mathbf{k}^T \mathbf{X}_0} \\ a_4 &= x_0 - c \frac{\mathbf{i}^T \mathbf{X}_0}{\mathbf{k}^T \mathbf{X}_0} \\ \mathbf{b} &= \frac{dc\mathbf{i} + mc\mathbf{j} - y_0\mathbf{k}}{\mathbf{k}^T \mathbf{X}_0} \\ b_4 &= y_0 - c \frac{(d\mathbf{i} + m\mathbf{j})^T \mathbf{X}_0}{\mathbf{k}^T \mathbf{X}_0} \end{aligned}$$

#### D. Direkte Lineare Transformation

$$\mathbf{c} = -\frac{\mathbf{k}}{\mathbf{k}^T \mathbf{X}_0}$$

Die Gleichung umgeformt ergibt folgenden linearen Zusammenhang mit den 11 Unbekannten  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, a_4, b_4$

$$\begin{aligned} x' &= \mathbf{a}^T \mathbf{X} + a_4 - \mathbf{c}^T x' \mathbf{X} \\ y' &= \mathbf{b}^T \mathbf{X} + b_4 - \mathbf{c}^T y' \mathbf{X} \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

Nach Bestimmung der Unbekannten können die ursprünglichen Parameter wie folgt berechnet werden. Dabei wird die Orthonormalität der Rotationsmatrix  $\mathbf{R}$  als Zusatzbedingung verwendet.

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{c}}{\mathbf{c}^T \mathbf{c}} &= \frac{c(-r_{11}r_{31} - r_{12}r_{32} - r_{13}r_{33})}{r_{31}^2 + r_{32}^2 + r_{33}^2} + x_0 = \frac{c \cdot 0}{1} + x_0 \\ &= x_0 \\ \frac{\mathbf{b}^T \mathbf{c}}{\mathbf{c}^T \mathbf{c}} &= c \left( -\frac{d(r_{11}r_{31} + r_{12}r_{32} + r_{13}r_{33})}{r_{31}^2 + r_{32}^2 + r_{33}^2} \right. \\ &\quad \left. - m \frac{(r_{21}r_{31} + r_{22}r_{32} + r_{23}r_{33})}{r_{31}^2 + r_{32}^2 + r_{33}^2} \right) + y_0 \\ &= y_0 \\ \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{a}}{\mathbf{c}^T \mathbf{c}} - x_0^2 &= \frac{c^2(r_{11}^2 + r_{12}^2 + r_{13}^2)}{r_{31}^2 + r_{32}^2 + r_{33}^2} \\ &\quad - \frac{2c(r_{11}r_{31} + r_{12}r_{32} + r_{13}r_{33})x_0}{r_{31}^2 + r_{32}^2 + r_{33}^2} + x_0^2 - x_0^2 \\ &= c^2 \\ \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}^T \mathbf{c} - \mathbf{a}^T \mathbf{c} \cdot \mathbf{b}^T \mathbf{c}}{\mathbf{a}^T \mathbf{a} \cdot \mathbf{c}^T \mathbf{c} - (\mathbf{a}^T \mathbf{c})^2} &= \frac{(\mathbf{k}^T \mathbf{X}_0)^4}{(\mathbf{k}^T \mathbf{X}_0)^4} \cdot \frac{(x_0 y_0 + c^2 d) - x_0 y_0}{(c^2 + x_0^2) - x_0^2} = d \\ \frac{\sqrt{\mathbf{c}^T \mathbf{c}}}{-\det[\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}]} &= p \\ \frac{-\det[\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}]}{p^3 c^2} &= \frac{c^2 m p^3}{p^3 c^2} = m \\ \frac{1}{pmc} \begin{bmatrix} m & 0 & -mx_0 \\ -d & 1 & x_0 d - y_0 \\ 0 & 0 & -mc \end{bmatrix} [\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}]^T &= \mathbf{R} \\ -[\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}]^{-T} \begin{bmatrix} a_4 \\ b_4 \\ 1 \end{bmatrix} &= \mathbf{X}_0 \end{aligned}$$

Die beiden zusätzlichen Parameter  $\{b_1, b_2\}$  entsprechen der Skalierung und Scherung aus dem in der Arbeit eingeführten Verzeichnungsmodell und sind notwendig, um eine erlaubte Umformung herzustellen, da nun beide Darstellungen 11 linear unabhängige Parameter enthalten. Gleichung (D.3) gilt streng genommen nur für den idealen fehler-

freien Fall  $\mathbf{Ax} - \mathbf{l} = \mathbf{0}$ . In der Realität ist ein entsprechender Fehler vorhanden, und die Problemstellung muss wie folgt formuliert werden (Kraus (1996)):

$$0 \approx \mathbf{Ax} - \mathbf{l} \rightarrow \mathbf{v} = \mathbf{Ax} - \mathbf{l}$$

Unter Annahme eines solchen Fehlers  $\mathbf{v}$  lässt sich Gleichung (D.3) wie folgt umformen

$$\begin{aligned} x' + v_x &= \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{X} + a_4}{\mathbf{c}^T \mathbf{X} + 1} \rightarrow x + v_x (\mathbf{c}^T \mathbf{X} + 1) = \mathbf{a}^T \mathbf{X} + a_4 - \mathbf{c}^T \mathbf{X} x \\ y' + v_y &= \frac{\mathbf{b}^T \mathbf{X} + b_4}{\mathbf{c}^T \mathbf{X} + 1} \rightarrow y + v_y (\mathbf{c}^T \mathbf{X} + 1) = \mathbf{b}^T \mathbf{X} + b_4 - \mathbf{c}^T \mathbf{X} y \end{aligned}$$

In der Literatur wird häufig auf diese strenge Form zugunsten der Linearität verzichtet. Das funktioniert in der Regel für perspektivisch abbildende Kamerasysteme sehr gut, stößt aber bei nicht-perspektivischen Modellen schnell an seine Grenzen. Hier muss auf die nichtlineare Variante zurückgegriffen werden. Sie lässt sich zum Beispiel iterativ lösen, indem der Term  $(\mathbf{c}^T \mathbf{X} + 1)$  in jeder Iteration als Konstante betrachtet wird. Als Startwert für die Konstante kann 1 angenommen werden. In jeder Iteration wird die Konstante, basierend auf den Parametern der vorigen Iteration, neu berechnet, bis das Verfahren konvergiert.

Im Fall eines zweidimensionalen Kalibrierobjektes mit  $Z = 0$  geht Gleichung (D.2) in folgende Darstellung über

$$\begin{aligned} x' &= \frac{a'_1 X + a'_2 Y + a'_3}{c'_1 X + c'_2 Y + 1} = \frac{\mathbf{a}'^T \mathbf{X} + a'_3}{\mathbf{c}'^T \mathbf{X} + 1} \\ y' &= \frac{b'_1 X + b'_2 Y + b'_3}{c'_1 X + c'_2 Y + 1} = \frac{\mathbf{b}'^T \mathbf{X} + b'_3}{\mathbf{c}'^T \mathbf{X} + 1} \end{aligned}$$

Für ein allgemeines zweidimensionales Objekt muss dieses vor Anwendung von Gleichung (D.2) in die XY-Ebene gedreht werden. Eine Beschreibung zur Bestimmung der Parameter der Inneren und Äußeren Orientierung aus den Koeffizienten der 2D-DLT sei auf Zhang u. a. (2003) verwiesen. Mit diesen Methoden lassen sich für eine Vielzahl von Kamerasystemen geeignete Startwerte herleiten. Eine Herleitung der Parameter für die 2D-DLT ist in Tao u. a. (2004) angegeben.



## E. Fluchtpunktmethoden

Unter dieser Überschrift existieren zahlreiche Methoden in der Literatur. So werden in Hartley und Kaucic (2000) Methoden vorgestellt, um aus einem Fluchtpunkt und einer Horizontlinie die effektive Brennweite zu berechnen. Den Kamerahauptpunkt  $x_0$  aus drei Fluchtpunkten  $v_1, v_2, v_3$  ermitteln Liebowitz und Zisserman (1998); McGlone u. a. (2004); Förstner (2007) wie folgt. Sind drei orthogonale Fluchtpunkte bekannt können aus folgenden Bedingungen

$$\begin{aligned}(x_0 - v_1)(v_2 - v_3) &= 0 \\(x_0 - v_2)(v_3 - v_1) &= 0 \\(x_0 - v_3)(v_1 - v_2) &= 0\end{aligned}$$

die Koordinaten des Hauptpunktes bestimmt werden

$$x_0 = -\frac{\mathbf{f} \cdot d\mathbf{y}}{\mathbf{x} \cdot d\mathbf{y}} \quad y_0 = +\frac{\mathbf{f} \cdot d\mathbf{x}}{\mathbf{y} \cdot d\mathbf{x}}$$

Wobei  $\mathbf{x}, \mathbf{y}$  die x- und y-Komponenten der Fluchtpunkte enthalten und

$$d\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_3 - x_2 \\ x_1 - x_3 \\ x_2 - x_1 \end{pmatrix} \quad d\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_3 - y_2 \\ y_1 - y_3 \\ y_2 - y_1 \end{pmatrix} \quad f = \begin{pmatrix} x_2x_3 + y_2y_3 \\ x_3x_1 + y_3y_1 \\ x_1x_2 + y_1y_2 \end{pmatrix}$$

die Koordinatendifferenzen und die drei Vektorprodukte enthalten. Ausgeschrieben ergibt sich somit folgender Zusammenhang:

$$\begin{aligned}x_0 &= \frac{(y_3 - y_2)x_2x_3 + (y_1 - y_3)x_1x_3 + (y_2 - y_1)x_2x_1}{(y_3 - y_2)x_1 + (y_1 - y_3)x_2 + (y_2 - y_1)x_3} \\y_0 &= \frac{(x_3 - x_2)x_2x_3 + (x_1 - x_3)x_1x_3 + (x_2 - x_1)x_2x_1}{(x_3 - x_2)y_1 + (x_1 - x_3)y_2 + (x_2 - x_1)y_3}\end{aligned}$$

Die Kamerakonstante kann auch aus zwei Fluchtpunkten und Hauptpunkt ermitteln werden. Der Zusammenhang zwischen dem bildseitigen Fluchtpunkt  $v$  und der zugehörigen Raumrichtung  $V$  in Kamerakoordinaten ist über die Kameramatrix  $K$  gegeben durch

$$v = \mathbf{K}V$$

der eingeschlossene Winkel  $\alpha$  zweier räumlicher Vektoren  $V_1, V_2$  ist gegeben durch

$$\cos(\alpha) = V_1^T V_2$$

### E. Fluchtpunktmethoden

Aus diesen Gleichungen ergibt sich folgender Zusammenhang

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{v_1 K^{-T} \cdot K^{-1} v_2}{|v_1 K^{-T}| |K^{-1} v_2|}$$

$$\text{mit } K^{-1} v_i = \begin{pmatrix} x_v - x_0 \\ y_v - y_0 \\ -c \end{pmatrix}$$

Für den Fall orthogonaler Fluchtpunkttrichtungen gilt demnach:  $v_1 K^{-T} K^{-1} v_2 = 0$  oder ausgeschrieben:

$$c^2 = -(x_{v_1} - x_0)(x_{v_2} - x_0) - (y_{v_1} - y_0)(y_{v_2} - y_0)$$

Als Element der Äußeren Orientierung kann die Rotationsmatrix  $\mathbf{R}$  aus zwei bzw. drei Fluchtpunkten und dem Hauptpunkt bestimmt werden (Förstner (2007)). Angenommen es existieren zwei Mengen von Fluchtpunktlinien, deren Richtungen orthogonal zueinander sind, so kann ein Objektkoordinatensystem konstruiert werden. Dessen x- und y-Achse sind parallel zu jeweils einer der Fluchtpunkttrichtungen. Daraus ergibt sich eine Schätzung für  $\mathbf{R}$ :

$$\mathbf{R}^0 = K^{-1} [v_1, v_2, v_1 \times v_2]$$

oder für drei bekannte Richtungen

$$\mathbf{R}^0 = K^{-1} [v_1, v_2, v_3]$$

Da diese Matrix nicht notwendigerweise orthogonal ist, muss sie gegebenenfalls orthogonalisiert werden. Dies kann über eine Singulärwertzerlegung  $\mathbf{R}^0 = U S V^T$  erfolgen:

$$\hat{R} = U V^T$$

Die Bestimmung einer Rotationsmatrix aus beliebig vielen Liniensegmenten bei bekannter Innerer Orientierung wird in Förstner (2007) vorgestellt.

## F. Äquivalenz Kugelmodell und radiale Abstandsfunktion

Das Kugelmodell nach Geyer und Daniilidis (2000) lautet wie folgt:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{c}{l\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} + Z} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad (\text{F.1})$$

Das allgemeine Abbildungsmodell über eine radiale Abstandsfunktion für das Kugelmodell lautet wie folgt:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{r}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad (\text{F.2})$$

wobei gilt:

$$r = c \frac{\sin \theta}{l + \cos \theta} \quad \text{und} \quad \theta = \arccos \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} \quad (\text{F.3})$$

Durch Einsetzung von F.3 in F.2 und Umformung erhält man F.1 wie folgt:

$$\begin{aligned} \frac{c}{l\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} + Z} &= \frac{r}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \\ &= c \frac{\sqrt{\frac{X^2 + Y^2}{X^2 + Y^2 + Z^2}}}{l + \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}}} \frac{1}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \\ &= c^2 \frac{\frac{1}{X^2 + Y^2 + Z^2}}{l^2 + 2l \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} + \frac{Z^2}{X^2 + Y^2 + Z^2}} \\ &= \frac{c^2}{l^2(X^2 + Y^2 + Z^2) + 2lZ\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} + Z^2} \\ &= \frac{c}{l\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} + Z} \end{aligned}$$





## G. Zhang's Kalibriermethode

Im Falle eines planaren Targets ( $Z = 0$ ) gilt folgende Umformung

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} &= \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} & \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Es lässt sich nun eine Homographie  $\mathbf{H}$  wie folgt berechnen

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 & \mathbf{h}_2 & \mathbf{h}_3 \end{bmatrix} = \lambda \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

Aus der Orthonormalität von  $\mathbf{i}, \mathbf{j}$  ergeben sich folgende zwei Bedingungen

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 &= 0 \\ \mathbf{h}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1 &= \mathbf{h}_2^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 \end{aligned}$$

Die Matrix

$$\mathbf{B} = \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1}$$

ist symmetrisch, da  $\mathbf{K}$  eine Dreiecksmatrix ist. Insofern können die formulierten Bedingungen wie folgt linearisiert werden

$$\mathbf{h}_i^T \mathbf{B} \mathbf{h}_j = \mathbf{v}_{ij}^T \mathbf{b}$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{b} &= [b_{11}, b_{12}, b_{13}, b_{22}, b_{23}, b_{33}] \\ \mathbf{v}_{ij} &= [h_{i1}h_{j1}, h_{i2}h_{j1} + h_{i1}h_{j2}, h_{i3}h_{j1} + h_{i1}h_{j3}, h_{i2}h_{j2}, h_{i3}h_{j2} + h_{i2}h_{j3}, h_{i3}h_{j3}] \end{aligned}$$

Für eine Aufnahme lassen sich somit folgende zwei Bedingungen formulieren:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{12} \\ \mathbf{v}_{11} - \mathbf{v}_{22} \end{bmatrix} \mathbf{b} = \mathbf{0}$$

Mit dieser Methode werden die Elemente der Inneren Orientierung aus allen Bildern gleichzeitig geschätzt.



# Literaturverzeichnis

- [Abdel-Aziz 1974] ABDEL-AZIZ, Y. I.: *Photogrammetric Potential of Non Metric Cameras*, University of Illinois, Dissertation, 1974. – Photogrammetric potential of non metric cameras
- [Abdel-Aziz und Karara 1971] ABDEL-AZIZ, Y. I. ; KARARA, H. M.: Direct Linear Transformation into Object Space Coordinates in Close-Range Photogrammetry. In: *Symposium on CloseRange Photogrammetry*, 1971, S. 1–18. – Urbana, Illinois
- [Abraham und Förstner 2005] ABRAHAM, Steffen ; FÖRSTNER, Wolfgang: Fish-eye-stereo calibration and epipolar rectification. In: *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 59 (2005), Nr. 5, S. 278–288. – ISSN 0924-2716
- [Adorni u. a. 2003] ADORNI, Giovanni ; MORDONINI, Monica ; CAGNONI, Stefano ; SGORBISSA, Antonio: Omnidirectional Stereo Systems for Robot Navigation. In: *Computer Vision and Pattern Recognition Workshop* Bd. 7, Juni 2003, S. 79. – ISSN 1063-6919
- [Ahmed und Farag 2005] AHMED, Moumen ; FARAG, Aly A.: Nonmetric Calibration of Camera Lens Distortion: Differential Methods and Robust Estimation. In: *IEEE Transactions on Image Processing* 14 (2005), Nr. 8, S. 1215–1230
- [Ahmed u. a. 1999] AHMED, M.T. ; HEMAYED, E.E. ; FARAG, A.A.: Neurocalibration: A Neural Network That Can Tell Camera Calibration Parameters. In: *Computer Vision, 1999. The Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on* Bd. 1, 1999, S. 463–468
- [Akaike 1974] AKAIKE, Hirotugu: A New Look at the Statistical Model Identification. In: *Automatic Control, IEEE Transactions on* 19 (1974), Dezember, Nr. 6, S. 716–723. – ISSN 0018-9286
- [Almansa u. a. 2003] ALMANSA, Andres ; DESOLNEUX, Agnes ; VAMECH, Sebastien: Vanishing Point Detection Without Any A Priori Information. In: *Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 25 (2003), Nr. 4, S. 502–507
- [Arican und Frossardin 2010] ARICAN, Zafer ; FROSSARDIN, Pascal: Scale Invariant Features and polar Descriptors in Omnidirectional Imaging / Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL). 2010. – Forschungsbericht
- [Armstrong u. a. 1996] ARMSTRONG, Martin ; ZISSERMAN, Andrew ; HARTLEY, Richard I.: Self-Calibration from Image Triplets. In: *4th European Conference on Computer Vision* Bd. 1. London, UK : Springer-Verlag, 1996, S. 3–16. – ISBN 3-540-61122-3

- [Baker und Nayar 1999] BAKER, Simon ; NAYAR, Shree K.: A Theory of Single-Viewpoint Catadioptric Image Formation. In: *International Journal of Computer Vision* 35 (1999), November, Nr. 2, S. 175–196. – ISSN 0920-5691
- [Bakstein und Pajdla 2000] BAKSTEIN, Hynek ; PAJDLA, Tomas: Non-Central Cameras: A Review / Czech Technical University. 2000. – Forschungsbericht
- [Bakstein und Pajdla 2002] BAKSTEIN, Hynek ; PAJDLA, Tomas: Panoramic Mosaicing with a 180° Field of View Lens. In: *Proceedings of the Third Workshop on Omnidirectional Vision*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 2002 (OMNIVIS '02). – ISBN 0-7695-1629-7
- [Barreto 2006] BARRETO, Joao P.: A Unifying Geometric Representation for Central Projection Systems. In: *Computer Vision and Image Understanding* 103 (2006), S. 208–217
- [Barreto und Araujo 2001] BARRETO, Joao P. ; ARAUJO, Helder: Issues on the Geometry of Central Catadioptric Image Formation. In: *Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2001, S. 422–427
- [Barreto und Daniilidis 2004a] BARRETO, Joao P. ; DANIILIDIS, Kostas: Wide Area Multiple Camera Calibration and Estimation of Radial Distortion. In: *Workshop on Omnidirectional Vision*, 2004
- [Barreto und Daniilidis 2005] BARRETO, Joao P. ; DANIILIDIS, Kostas: Fundamental Matrix for Cameras with Radial Distortion. In: *Tenth IEEE International Conference on Computer Vision*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 2005, S. 625–632. – ISBN 0-7695-2334-X-01
- [Barreto und Daniilidis 2004b] BARRETO, João P. ; DANIILIDIS, Kostas: Unifying Image Plane Liftings for Central Catadioptric and Dioptric Cameras. In: *Workshop on Omnidirectional Vision and Camera Networks* (2004)
- [Bartkovjak und Karovicova 2001] BARTKOVJAK, Jozef ; KAROVICOVA, Margarita: Approximation by Rational Functions. In: *Measurement Science Review* 1 (2001), Nr. 1, S. 63–65
- [Bas und Crisman 1997] BAS, Ender K. ; CRISMAN, Jill D.: An Easy to Install Camera Calibration for Traffic Monitoring. In: *IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems*, 1997, S. 362–366. – nur in Papierform
- [Basu und Licardie 1995] BASU, Anup ; LICARDIE, Sergio: Alternative Models for Fish-Eye Lenses. In: *Pattern Recognition* 16 (1995), Nr. 4, S. 433–441. – Alternative models for fish-eye lenses
- [Batista u. a. 1998] BATISTA, J. ; ARAUJO, H. ; DE ALMEIDA, A. T.: Iterative Multi-Step Explicit Camera Calibration. In: *Sixth International Conference on Computer Vision*, 1998, S. 709–714

- [Baumberg 2000] BAUMBERG, Adam: Reliable Feature Matching across Widely Separated Views. In: *Computer Vision and Pattern Recognition, IEEE Computer Society Conference on* 1 (2000), S. 1774–1781. – ISSN 1063-6919
- [Bay u. a. 2008] BAY, Herbert ; ESS, Andreas ; TUYTELAARS, Tinne ; GOOL, Luc V.: Speeded Up Robust Features (SURF). In: *Computer Vision and Image Understanding* 110 (2008), Nr. 3, S. 346–359. – SURF: Speeded Up Robust Features
- [Born und Wolf 1959] BORN, Max (Hrsg.) ; WOLF, Emil (Hrsg.): *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. 7th. Pergamon Press, 1959. – ISBN 0521642221
- [Bozdogan 1987] BOZDOGAN, H.: Model Selection and Akaike's Information Criterion (AIC): The General Theory and Its Analytical Extensions. In: *Psychometrika* 52 (1987), S. 345–370
- [Brown 1964] BROWN, Duane C.: An Advanced Plate Reduction for Photogrammetric Cameras / Air Force Cambridge Research Laboratories. 1964. – Forschungsbericht
- [Brown 1965] BROWN, Duane C.: Decentering Distortion of Lenses. In: *Photogrammetric Engineering* Bd. 32 American Society of Photogrammetry (Veranst.), 1965, S. 444–462
- [Brown 1966] BROWN, Duane C.: Advanced Methods For The Calibration Of Metric Cameras / DBA Systems, INC. 1966. – Forschungsbericht. a
- [Brown 1971] BROWN, Duane C.: Close-Range Camera Calibration. In: *Photogrammetric Engineering* 37 (1971), Nr. 8, S. 855–866. – Adaption von Magill's Ansatz
- [Bräuer-Burchardt und Voss 2001] BRÄUER-BURCHARDT, C. ; VOSS, K.: A New Algorithm to Correct Fish-Eye- and Strong Wide-Angle-Lens-Distortion from Single Images. In: *Image Processing* Bd. 1, 2001, S. 225–228
- [Cagnoni u. a. 2007] CAGNONI, Stefano ; MORDONINI, Monica ; MUSSI, Luca ; ADORNI, Giovanni: Hybrid Stereo Sensor with Omnidirectional Vision Capabilities: Overview and Calibration Procedures. In: *Proceedings of the 14<sup>th</sup> International Conference on Image Analysis and Processing*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 2007 (ICIAP '07), S. 99–104. – ISBN 0-7695-2877-5
- [Candocia 2006] CANDOCIA, Frank M.: A Scale-Preserving Lens Distortion Model and its Application to Image Registration. In: *Conference on Recent Advances in Robotics*, 2006
- [Caprile und Torre 1990] CAPRILE, B. ; TORRE, V.: Using Vanishing Points for Camera Calibration. In: *International Journal of Computer Vision* 4 (1990), Nr. 2, S. 127–139. – ISSN 0920-5691

- [Caron u. a. 2010] CARON, Guillaume ; MOUADDIB, El M. ; MARCHAND, E.: Single Viewpoint Stereoscopic Sensor Calibration. In: *Image/Video Communications over fixed and mobile networks*. Rabat, Morocco, Morocco, 2010
- [Chen u. a. 2003] CHEN, Xilin ; YANG, Jie ; WAIBEL, Alex: Calibration of a Hybrid Camera Network. In: *Proceedings of the Ninth IEEE International Conference on Computer Vision* Bd. 2. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 2003, S. 150–155. – ISBN 0-7695-1950-4
- [Chojnacki u. a. 2003a] CHOJNACKI, Wojciech ; BROOKS, Michael J. ; HENGEL, Anton Van D. ; GAWLEY, Darren: A New Constrained Parameter Estimator For Computer Vision Applications / University of Adelaide. 2003. – Forschungsbericht
- [Chojnacki u. a. 2003b] CHOJNACKI, Wojciech ; BROOKS, Michael J. ; HENGEL, Anton van den ; GAWLEY, Darren: Revisiting Hartley's Normalized Eight-Point Algorithm. In: *IEEE Transactions. Pattern Analysis and Machine Intelligence* 25 (2003), September, S. 1172–1177. – ISSN 0162-8828
- [Chum 2005] CHUM, Ondrej: *Two-View Geometry Estimation by Random Sample and Consensus*. Prague, Czech Technical University in Prague, Dissertation, 2005. – 100 S. – Two-View Geometry Estimation by Random Sample and Consensus
- [Chum und Matas 2005] CHUM, Ondrej ; MATAS, Jiri: Matching with PROSAC - Progressive Sample Consensus. In: *CVPR*, 2005
- [Chung u. a. 2010] CHUNG, Soon-Wook ; KIM, Byoung-Kwang ; SONG, Woo-Jin: Removing Chromatic Aberration by Digital Image Processing. In: *Optical Engineering* 49 (2010), Nr. 6
- [Cipolla u. a. 1999] CIPOLLA, R. ; DRUMMOND, T. ; ROBERTSON, D.: Camera Calibration From Vanishing Points in Images of Architectural Scenes. In: *British Machine Vision Conference* Bd. 2. Nottingham, 1999, S. 382–391. – Camera Calibration From Vanishing Points in Images of Architectural Scenes
- [Cipolla und Boyer 1998] CIPOLLA, Roberto ; BOYER, Edmond: 3D Model Acquisition from Uncalibrated Images. In: *IAPR Workshop on Machine Vision Applications*, 1998, S. 559–568
- [Clarke und Fryer 1998] CLARKE, T. A. ; FRYER, J. G.: The Development of Camera Calibration Methods and Models. In: *Photogrammetric Record* 16 (1998), Nr. 91, S. 51–66
- [Claus und Fitzgibbon 2005a] CLAUS, David ; FITZGIBBON, Andrew W.: A Plumbline Constraint for the Rational Function Lens Distortion Model / University of Oxford. 2005. – Forschungsbericht
- [Claus und Fitzgibbon 2005b] CLAUS, David ; FITZGIBBON, Andrew W.: A Rational Function Lens Distortion Model for General Cameras. In: *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Juni 2005, S. 213–219

- [Collins und Beveridge 1994] COLLINS, Robert T. ; BEVERIDGE, J. R.: Matching Perspective Views of Coplanar Structures using Projective Unwarping and Similarity Matching. In: *INT.CONF. OF COMPUTER VISION AND PATTERN RECOGNITION*, 1994, S. 240–245
- [Conrady 1919] CONRADY, A.: Decentered Lens Systems. In: *Monthly notices of the Royal Astronomical Society* 79 (1919), S. 384–390
- [Courbon u. a. 2007] COURBON, Jonathan ; MEZOUAR, Youcef ; ECK, Laurent ; MARTINET, Philippe: A Generic Fisheye Camera Model for Robotic Applications. In: *International Conference on Intelligent RObots and Systems*, 2007, S. 1683–1688
- [Cui und Ngan 2010] CUI, Chunhui ; NGAN, King N.: Plane-Based External Camera Calibration with Accuracy Measured by Relative Deflection Angle. In: *Image Communications* 25 (2010), März, S. 224–234. – ISSN 0923-5965
- [Deriche u. a. 1994] DERICHE, R. ; ZHANG, Z. ; LUONG, Q.-T. ; FAUGERAS, O.: Robust Recovery Of The Epipolar Geometry For An Uncalibrated Stereo Rig / INRIA. INRIA, 1994. – Forschungsbericht
- [Derrien und Konolige 2000] DERRIEN, Steven ; KONOLIGE, Kurt: Approximating a Single Viewpoint in Panoramic Imaging Devices. In: *Proceedings of the IEEE Workshop on Omnidirectional Vision*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 2000 (OMNIVIS '00), S. 85–. – ISBN 0-7695-0704-2
- [Devernay und Faugeras 2001] DEVERNAY, Frédéric ; FAUGERAS, Olivier: Straight Lines Have to Be Straight. In: *Machine Vision and Applications* Bd. 13, 2001, S. 14–24
- [Dornaika und Elder 2002] DORNAIKA, Fadi ; ELDER, James H.: Image Registration for Foveated Omnidirectional Sensing. In: *Proceedings of the 7<sup>th</sup> European Conference on Computer Vision-Part IV*. London, UK, UK : Springer-Verlag, 2002 (ECCV '02), S. 606–620. – ISBN 3-540-43748-7
- [Draréni u. a. 2010] DRARÉNI, Jamil ; ROY, Sébastien ; STURM, Peter: Plane-Based Calibration for Linear Cameras. In: *International Journal of Computer Vision* 91 (2010), S. 146–156. – ISSN 0920-5691
- [Döring u. a. 2006] DÖRING, Thomas ; MEYSEL, Frederik ; REULKE, Ralf: Autonomous calibration of moving line scanners with coded photogrammetric targets recognition. In: *ISPRS Commission V Symposium on Image Engineering and Vision Metrology*. Dresden, 2006. – Autonomous calibration of moving line scanners with coded photogrammetric targets recognition
- [Dubrofsky 2009] DUBROFSKY, Elan: *Homography Estimation*, The University of British Columbia, Diplomarbeit, 2009

- [Dunne u. a. 2007a] DUNNE, Aubrey K. ; MALLON, John ; WHELAN, Paul F.: A Comparison of New Generic Camera Calibration with the Standard Parametric Approach. In: *IAPR Conference on Machine Vision Applications*, 2007
- [Dunne u. a. 2007b] DUNNE, Aubrey K. ; MALLON, John ; WHELAN, Paul F.: Efficient Generic Calibration Method for General Cameras with Single Centre of Projection. In: *11th International Conference on Computer Vision*, 2007
- [El-Hakim 1986] EL-HAKIM, S. F.: Real-Time Image Meteorology with CCD Cameras. In: *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing* 52 (1986), Nr. 11, S. 1757–1766
- [El-Melegy und Farag 2003] EL-MELEGY, Moumen T. ; FARAG, Aly A.: Nonmetric Lens Distortion Calibration: Closed-form Solutions, Robust Estimation and Model Selection. In: *Ninth IEEE International Conference on Computer Vision* Bd. 2. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 2003, S. 554–. – ISBN 0-7695-1950-4
- [Ernst 1996] ERNST, Jörg: *Kalibrierung der internen Parameter einer aktiven Kamera*. Kiel, Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, Diplomarbeit, 1996. – Kalibrierung Der Internen Parameter Einer Aktiven Kamera
- [Farid und Popescu 2001] FARID, Hany ; POPESCU, Alin C.: Blind removal of lens distortion. In: *Optical Society of America* 18 (2001), September, Nr. 9, S. 2072–2078
- [Faugeras u. a. 1992] FAUGERAS, O. D. ; LUONG, Q.-T. ; MAYBANK, S. J.: Camera Self-Calibration: Theory and Experiments. In: SANDINI, G. (Hrsg.): *ECCV* Bd. 588. Springer Berlin / Heidelberg, 1992, S. 321–334
- [Faugeras und Mourrain 1995] FAUGERAS, Olivier ; MOURRAIN, Bernard: On the Geometry and Algebra of the Point and Line Correspondences Between N Images / INRIA. 1995 (2665). – Forschungsbericht
- [Faugeras und Robert 1996] FAUGERAS, Olivier ; ROBERT, Luc: What Can Two Images Tell Us About a Third One? In: *International Journal of Computer Vision* 18 (1996), April, S. 5–19. – ISSN 0920-5691
- [Faugeras und Maybank 1990] FAUGERAS, Olivier D. ; MAYBANK, Steve: Motion From Point Matches: Multiplicity of Solutions. In: *International Journal of Computer Vision* 4 (1990), S. 225–246. – ISSN 0920-5691
- [Feng u. a. 2004] FENG, Wenhao ; LI, Jiansong ; YAN, Li: Creation Of Distortion Model For Digital Camera (DMDC) Based On 2D Dlt. In: ALTAN, Orhan (Hrsg.): *XX ISPRS Congress* Bd. XXXV. Istanbul : IAPRS, 2004, S. 974ff. – Creation Of Distortion Model For Digital Camera (DMDC) Based On 2D Dlt
- [Fiala und Basu 2002] FIALA, Mark ; BASU, Anup: Hough Transform for Feature Detection in Panoramic Images. In: *Pattern Recognition Letters* 23 (2002), Nr. 14, S. 1863–1874. – ISSN 0167-8655



- [Fiala und Basu 2005] FIALA, Mark ; BASU, Anup: Panoramic Stereo Reconstruction Using Non-SVP Optics. In: *Computer Vision and Image Understanding* 98 (2005), Juni, S. 363–397. – ISSN 1077-3142
- [Fischler und Bolles 1981] FISCHLER, Martin A. ; BOLLES, Robert C.: Random Sample Consensus: A Paradigm for Model Fitting with Applications to Image Analysis and Automated Cartography. In: *Graphics and Image Processing* 24 (1981), Nr. 6, S. 381–395
- [Fitzgibbon 2001] FITZGIBBON, Andrew W.: Simultaneous linear estimation of multiple view geometry and lens distortion. In: *Computer Vision and Pattern Recognition* Bd. 1, 2001, S. 125–132
- [Fitzgibbon 2003] FITZGIBBON, Andrew W.: Robust Registration of 2D and 3D Point Sets. In: *Image and Vision Computing* 21 (2003), S. 1145–1153
- [Fleck 1995] FLECK, Margaret M.: Perspective Projection: The Wrong Imaging Model / University of Iowa. 1995. – Forschungsbericht
- [Fletcher und Reeves 1964] FLETCHER, R. ; REEVES, C.: Function Minimization by Conjugate Gradients. In: *Computer Journal* 7 (1964), S. 140–154
- [Fraser und Edmundson 2000] FRASER, Clive S. ; EDMUNDSON, Kenneth L.: Design and Implementation of a Computational Processing System for Off-Line Digital Close-Range Photogrammetry. In: *ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing* 55 (2000), Nr. 2, S. 94–104
- [Förstner 2007] FÖRSTNER, Wolfgang: On Estimating Rotations / Institut für Photogrammetrie, Universität Bonn. 2007. – Forschungsbericht
- [Fryer 1986] FRYER, John G.: Lens Distortion For Close Range Photogrammetry. In: *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing* 52 (1986), S. 51–58. – Lens Distortion For Close Range Photogrammetry
- [Geiger 2006] GEIGER, Andreas: Automatic Multiple Camera Calibration Using A Planar Calibration Pattern / Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne. 2006. – Forschungsbericht. Automatic Multiple Camera Calibration Using A Planar Calibration Pattern
- [Gennery 2002] GENNERY, Donald B.: Generalized Camera Calibration Including Fish-Eye Lenses. In: *International Journal of Computer Vision* 68 (2002), S. 239–266. – Generalized camera calibration including fish-eye lenses
- [Geyer und Daniilidis 2002] GEYER, Christopher ; DANIILIDIS, Konstantinos: Properties of the Catadioptric Fundamental Matrix. In: *7th European Conference on Computer Vision - Part II*. London, UK, UK : Springer-Verlag, 2002 (ECCV '02), S. 140–154. – ISBN 3-540-43744-4

- [Geyer und Daniilidis 1999] GEYER, Christopher ; DANIILIDIS, Kostas: Catadioptric Camera Calibration. In: *Computer Vision, IEEE International Conference on* 1 (1999), S. 398. ISBN 0-7695-0164-8
- [Geyer und Daniilidis 2000] GEYER, Christopher ; DANIILIDIS, Kostas: A Unifying Theory for Central Panoramic Systems and Practical Implications. In: *European Conference on Computer Vision*, 2000, S. 445–461
- [Geyer und Daniilidis 2001a] GEYER, Christopher ; DANIILIDIS, Kostas: Catadioptric Projective Geometry. In: *Journal of Computer Vision* 45 (2001), Nr. 3, S. 223–243
- [Geyer und Daniilidis 2001b] GEYER, Christopher ; DANIILIDIS, Kostas: Structure and Motion from Uncalibrated Catadioptric Views. In: *IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2001
- [Gheissari und Bab-Hadiashar 2003] GHEISSARI, Niloofar ; BAB-HADIASHAR, Alireza: Model Selection Criteria in Computer Vision: Are they different. In: *Proceedings of Digital Image Computing Techniques and Applications*, 2003, S. 185–194
- [Gonzalez-Cardel und Diaz-Uribe 2006] GONZALEZ-CARDEL, M. F. ; DIAZ-URIBE, R.: An analysis on the inversion of polynomials. In: *Revista Mexicana de Fisica* 52 (2006), Nr. 2, S. 163–171
- [Graf 2007] GRAF, Simone: *Kamerakalibrierung mit radialer Verzeichnung - die radiale essentielle Matrix*, Universität Passau, Dissertation, 2007
- [Grammalidis u. a. 1999] GRAMMALIDIS, N. ; BLERIS, L. ; STRINTZIS, Michael G.: Depth and Occlusion Estimation from Uncalibrated Camera Views using Dynamic Programming along the Epipolar Lines / University of Thessaloniki. 1999. – Forschungsbericht
- [Grammatikopoulos u. a. 2007] GRAMMATIKOPOULOS, Lazaros ; KARRAS, George ; PETSA, Elli: An Automatic Approach for Camera Calibration from Vanishing Points. In: *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 62 (2007), Nr. 1, S. 64–76. – An automatic approach for camera calibration from vanishing points
- [Grossberg und Nayar 2001] GROSSBERG, Michael D. ; NAYAR, Shree K.: A General Imaging Model and a Method for Finding its Parameters. In: *International Conference on Computer Vision* Bd. 2, 2001, S. 108–115
- [Hadamard 1902] HADAMARD, Jacques: Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique. In: *Princeton University Bulletin* 1 (1902), S. 49–52
- [Hartley 1992] HARTLEY, Richard I.: Estimation of Relative Camera Positions for Uncalibrated Cameras. In: *Proceedings of the Second European Conference on Computer Vision*. London, UK : Springer-Verlag, 1992 (ECCV '92), S. 579–587. – ISBN 3-540-55426-2

- [Hartley 1993] HARTLEY, Richard I.: Camera Calibration Using Line Correspondences. In: *Proc. Image Understanding Workshop*, 1993, S. 361–366. – Camera Calibration Using Line Correspondences
- [Hartley 1994] HARTLEY, Richard I.: Euclidean Reconstruction from Uncalibrated Views. In: *Proceedings of the Second Joint European - US Workshop on Applications of Invariance in Computer Vision*. London, UK : Springer-Verlag, 1994, S. 237–256. – ISBN 3-540-58240-1
- [Hartley 1995] HARTLEY, Richard I.: In Defence of the 8-Point Algorithm. In: *Fifth International Conference on Computer Vision*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 1995 (ICCV '95), S. 1064–1077. – ISBN 0-8186-7042-8
- [Hartley 1997] HARTLEY, Richard I.: Kruppa's Equations Derived from the Fundamental Matrix. In: *Pattern Analysis and Machine Intelligence* 19 (1997), Februar, Nr. 2, S. 133–135
- [Hartley und Kang 2005] HARTLEY, Richard I. ; KANG, Sing B.: Parameter-free Radial Distortion Correction With Centre of Distortion Estimation / Microsoft Research. 2005 (MSR-TR-2005-42). – Forschungsbericht
- [Hartley und Kaucic 2000] HARTLEY, Richard I. ; KAUCIC, R.: Sensitivity of Calibration to Principal Point Position. In: *Seventh European Conference on Computer Vision*, Springer, 2000, S. 433–446
- [Hartley und Saxena 1997] HARTLEY, Richard I. ; SAXENA, Tushar: The Cubic Rational Polynomial Camera Model. In: *DARPA Image Understanding Workshop*, 1997, S. 649–654
- [Hartley und Zisserman 2004] HARTLEY, Richard I. ; ZISSERMAN, Andrew: *Multiple View Geometry in Computer Vision*. 2nd. Cambridge University Press, ISBN: 0521540518, 2004
- [Hecht 2002] HECHT, Eugene (Hrsg.): *Optics*. 4. Addison Wesley, August 2002. – ISBN 0805385665
- [Heikkilä 2000] HEIKKILÄ, Janne: Geometric Camera Calibration Using Circular Control Points. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 22 (2000), Nr. 10, S. 1066–1077
- [Heikkilä und Silven 1997] HEIKKILÄ, Janne ; SILVEN, Olli: A Four-step Camera Calibration Procedure with Implicit Image Correction. In: *Proceedings of the 1997 Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR '97)*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 1997 (CVPR '97), S. 1106–. – ISBN 0-8186-7822-4
- [Hellwig und Luber 2010] HELLWIG, Sebastian ; LUBER, Andreas: Automatische Bestimmung der inneren und relativen Orientierung von Stereokameras. In: *Anwendungsbezogener Workshop zur Erfassung, Modellierung, Verarbeitung und Auswertung von 3D-Daten*, 2010

- [Herbert 1986] HERBERT, Thomas J.: Calibration of Fisheye Lenses by Inversion of Area Projections. In: *Applied Optics* 25 (1986), S. 1875–1876
- [van den Heuvel 1999] HEUVEL, Frank A. van den: Estimation of interior orientation parameters from constraints on line measurements in a single image. In: *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing* 32 (1999), S. 81–88
- [Heuvel 1999] HEUVEL, Frank A. van d.: A Line-Photogrammetric Mathematical Model For The Reconstruction Of Polyhedral Objects. In: EL-HAKIM, Sabry F. (Hrsg.): *SPIE* Bd. 6341, 1999, S. 60–71
- [Heuvel u. a. 2006] HEUVEL, Frank A. van d. ; VERWAAL, Ruud ; BEERS, Bart: Calibration Of Fisheye Camera Systems And The Reduction Of Chromatic Aberration. In: *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences* 36 (2006), Nr. 5. – Calibration Of Fisheye Camera Systems And The Reduction Of Chromatic Aberration
- [Heyden und Aström 1996] HEYDEN, Anders ; ASTRÖM, Kalle: Euclidean Reconstruction from Constant Intrinsic Parameters. In: *Proceedings of the 1996 International Conference on Pattern Recognition* Bd. 1. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 1996, S. 339–343. – ISBN 0-8186-7282-X
- [Ho und Chen 1996] HO, Chun-Ta ; CHEN, Ling-Hwei: A High-Speed Algorithm for Elliptical Object Detection. In: *IEEE Transactions on Image Processing* 5 (1996), Nr. 3, S. 547–550
- [Ho u. a. 2005] HO, Tzung-Hsien ; DAVIS, Christopher C. ; MILNER, Stuart D.: Using Geometric Constraints For Fisheye Camera Calibration. In: *6th Workshop on Omnidirectional Vision*, 2005. – Using Geometric Constraints For Fisheye Camera Calibration
- [Horn 1987] HORN, Berthold K. P.: Closed-Form Solution of Absolute Orientation Using Unit Quaternions. In: *Journal of the Optical Society of America* 4 (1987), Nr. 4, S. 629–642. – Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions
- [Horn 1990a] HORN, Berthold K. P.: Recovering Baseline and Orientation from 'Essential' Matrix / Massachusetts Institute Of Technology. 1990. – Forschungsbericht
- [Horn 1990b] HORN, Berthold K. P.: Relative Orientation. In: *International Journal of Computer Vision* 4 (1990), S. 59–78
- [Horn 1991] HORN, Berthold K. P.: Relative Orientation Revisited. In: *Journal of the Optical Society of America* 8 (1991), S. 1630–1638. – Relative orientation revisited
- [Horn u. a. 1988] HORN, Berthold K. P. ; HILDEN, H.M. ; NEGAHDARIPOUR, Shariar: Closed-Form Solution of Absolute Orientation using Orthonormal Matrices. In: *Journal of the Optical Society of America* 5 (1988), Nr. 7, S. 1127–1135. – Closed-Form Solution of Absolute Orientation using Orthonormal Matrices

- [Horn 2000] HORN, Bethold K.: Tsai's Camera Calibration Method Revisited / Massachusetts Institute Of Technology. 2000. – Forschungsbericht
- [Hsu u. a. 2005] HSU, Wei-Lieh ; TYAN, Hsiao-Rong ; LIANG, Yu-Ming ; JENG, Bor-Shenn ; FAN, Kuo-Chin: Real-Time Vehicle Tracking on a Highway. In: *Journal of information science and engineering* 21 (2005), Nr. 4, S. 733–752. – Real-time vehicle tracking on a highway
- [Huang und Faugeras 1989] HUANG, T.S. ; FAUGERAS, O.D.: Some Properties Of The E-Matrix in Two-View Motion Estimation. In: *Pattern Analysis and Machine Intelligence* 11 (1989), Dezember, Nr. 12, S. 1310–1312. – ISSN 0162-8828
- [Hughes u. a. 2010] HUGHES, Ciaran ; DENNY, Patrick ; GLAVIN, Martin ; JONES, Edward: Equidistant Fish-Eye Calibration and Rectification by Vanishing Point Extraction. In: *IEEE Tranactions. Pattern Analysis and Machine Intelligence* 32 (2010), Dezember, S. 2289–2296. – ISSN 0162-8828
- [Hughes u. a. 2008] HUGHES, Ciaran ; GLAVIN, Martin ; JONES, Edward: Robust and Accurate Principal Point Estimation Using the Five-Point Perspective Model of Fish-Eye Radial Distortion / Connaught Automotive Research Group. College of Engineering and Informatics, NUI Galway, 2008. – Forschungsbericht. Robust and Accurate Principal Point Estimation Using the Five-Point Perspective Model of Fish-Eye Radial Distortion
- [Ihrke u. a. 2004] IHRKE, Ivo ; AHRENBURG, Lukas ; MAGNOR, Marcus: External Camera Calibration for Synchronized Multi-Video Systems. In: *Journal of WSCG* 12 (2004), Nr. 1-3. – External camera calibration for synchronized multi-video systems
- [Inoue u. a. 2004] INOUE, Akio ; YAMAMOTO, Kazukiyo ; MIZOUE, Nobuya ; KAWAHARA, Yuichiro: Calibrating View Angle and Lens Distortion of the Nikon Fish-Eye Converter FC-E8. In: *Journal of Forest Research* 9 (2004), S. 177–181. – ISSN 1341-6979
- [Inverso 2002] INVERSO, Samuel: Ellipse Detection Using Randomized Hough Transform. In: *Final Project Introduction to Computer Vision* (2002), S. 1–28
- [Johansson 2005] JOHANSSON, Peter: *Improving Camera Calibration*, Umea University, Diplomarbeit, 2005
- [Johnson u. a. 1998] JOHNSON, Keith B. ; SMITH, Philip W. ; ABIDI, Mongi A.: A Quadric Surface Projection Model for Wide-Angle Lenses. In: *Intelligent Robots and Computer Vision XVII: Algorithms, Techniques and Active Vision* Bd. 3522. Boston, November 1998, S. 424–434
- [Jung u. a. 2006] JUNG, Ho G. ; LEE, Yun H. ; YOON, Pal J. ; KIM, Jaihie: Radial Distortion Refinement by Inverse Mapping-Based Extrapolation. In: *International Conference on Pattern Recognition*, 2006, S. 675–678

- [Kanatani 2002] KANATANI, Kenichi: Model Selection for Geometric Inference. In: *5th Asian Conference on Computer Vision* Bd. 1, 2002, S. 21–32
- [Kanatani und Ohta 2002] KANATANI, Kenichi ; OHTA, Naoya: Automatic Detection of Circular Objects by Ellipse Growing. In: *9th Symposium on Sensing via Image Information*. Yokohama, 2002. – 9th Symposium on Sensing via Image Information
- [Kang 2000a] KANG, Sing B.: Catadioptric Self-Calibration. In: *Computer Vision and Pattern Recognition*, 2000, S. 201–207
- [Kang 2000b] KANG, Sing B.: Radial Distortion Snakes. In: *IEICE TRANSACTIONS on Information and Systems* (2000), S. 1603–1611
- [Kangni und Laganière 2007] KANGNI, Florian ; LAGANIÈRE, Robert: *Rectification and Pose Recovery for Spherical Images*, University of Ottawa, Dissertation, 2007
- [Kannala und Brandt 2006] KANNALA, Juho ; BRANDT, Sami S.: A Generic Camera Model and Calibration Method for Conventional, Wide-Angle, and Fish-Eye Lenses. In: *IEEE Transactions. Pattern Analysis and Machine Intelligence* 28 (2006), S. 1335–1340. – A generic camera model and calibration method for conventional, wide-angle, and fish-eye lenses
- [Kannala u. a. 2008] KANNALA, Juho ; BRANDT, Sami S. ; HEIKKILÄ, Janne: Self-Calibration of Central Cameras by Minimizing Angular Error. In: RANCHORDAS, Alpesh (Hrsg.) ; ARAÚJO, Helder (Hrsg.): *Computer Vision Theory and Applications*, INSTICC - Institute for Systems and Technologies of Information, Control and Communication, 2008, S. 28–35. – ISBN 978-989-8111-21-0
- [Kaufmann und Ladstädter 2005] KAUFMANN, Viktor ; LADSTÄDTER, R.: Elimination of color fringes in digital photographs caused by lateral chromatic aberration. In: *CIPA 2005 XX International Symposium* Bd. 1. Torino, 2005. – Elimination of color fringes in digital photographs caused by lateral chromatic aberration
- [Kim u. a. 2002] KIM, Jun-Sik ; KIM, Ho-Won ; KWEON, In S.: A Camera Calibration Method using Concentric Circles for Vision Applications. In: *ACCV* Bd. 2. Melbourne, 2002, S. 515–520. – A Camera Calibration Method using Concentric Circles for Vision Applications
- [Käppeler u. a. 2010] KÄPPELER, Uwe-Philipp ; HÖFERLIN, Markus ; LEVI, Paul: 3D Object Localization via Stereo Vision using an Omnidirectional and a Perspective Camera. In: *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> Workshop on Omnidirectional Robot Vision - A Workshop of the 2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA2010)*, IEEE Press, 2010, S. 7–12
- [Kraus 1996] KRAUS, Karl (Hrsg.): *Photogrammetrie*. Bd. 2. 3. Dümmler, 1996
- [Kraus 2004] KRAUS, Karl ; KRAUS, Karl (Hrsg.): *Photogrammetrie*. Bd. 1. 7. Walter de Gruyter, 2004

- [Krishnan und Nayar 2008] KRISHNAN, Gurunandan ; NAYAR, Shree K.: Cata-Fisheye Camera for Panoramic Imaging. In: *Workshop on Applications of Computer Vision*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 2008, S. 1–8. – ISBN 978-1-4244-1913-5
- [Kruppa 1913] KRUPPA, E.: Zur Ermittlung eines Objektes aus zwei Perspektiven mit innerer Orientierung. In: *Sitz.-Ber. Akad. Wiss., Wien, math. naturw. Abt. IIa*. 122 (1913), S. 1939–1948
- [Kumler und Bauer 2000] KUMLER, James J. ; BAUER, Martin L.: Fisheye Lens Designs and Their Relative Performance. In: *Proceedings of SPIE* 4093 (2000), S. 360–369
- [Läbe und Förstner 2006] LÄBE, Thomas ; FÖRSTNER, Wolfgang: Automatic Relative Orientation of Images. In: *Proceedings of the 5<sup>th</sup> Turkish-German Joint Geodetic Days*, 2006
- [Lee u. a. 2008] LEE, Jong K. ; WOOD, B. A. ; NEWMAN, T. S.: Very fast ellipse detection using GPU-based RHT. In: *19th International Conference on Pattern Recognition*, 2008, S. 1–4
- [Lei u. a. 2009] LEI, Jie ; DU, Xin ; ZHU, Yun-fang ; LIU, Ji-lin: Unwrapping and Stereo Rectification for Omnidirectional Images. In: *Journal of Zhejiang University - Science A* 10 (2009), S. 1125–1139. – ISSN 1673-565X
- [Leich 2006] LEICH, Andreas: *Ein Beitrag zur Realisierung der videobasierten weiträumigen Verkehrsbeobachtung*, TU Dresden, Dissertation, 2006
- [Lenz und Tsai 1988] LENZ, Reimar K. ; TSAI, Roger Y.: Techniques for Calibration of the Scale Factor and Image Center for High Accuracy 3-D Machine Vision Metrology. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 10 (1988), September, S. 713–720. – ISSN 0162-8828
- [Lepetit u. a. 2005] LEPETIT, Vincent ; LAGGER, Pascal ; FUA, Pascal: Randomized Trees for Real-Time Keypoint Recognition. In: *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 2005 (CVPR '05), S. 775–781. – ISBN 0-7695-2372-2
- [Levenberg 1944] LEVENBERG, Kenneth: A Method for the Solution of Certain Non-Linear Problems in Least Squares. In: *Quarterly Applied Mathematics* 2 (1944), S. 164–168
- [Li und Hartley 2005] LI, Hongdong ; HARTLEY, Richard: A Non-iterative Method for Correcting Lens Distortion from Nine Point Correspondences. In: *Workshop on Omnidirectional Vision*, 2005
- [Li und Zhang 2011] LI, JunLan ; ZHANG, DaWei: Camera Calibration with a Near-Parallel Imaging System Based on Geometric Moments. In: *Optical Engineering* 50 (2011), Nr. 2

- [Liebowitz und Zisserman 1998] LIEBOWITZ, D. ; ZISSERMAN, A.: Metric Rectification for Perspective Images of Planes. In: *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 1998 (CVPR '98), S. 482–488. – ISBN 0-8186-8497-6
- [Liu u. a. 2008a] LIU, Yonghuai ; AL-OBAYDI, Ala ; JAKAS, Anthony ; LI, Longzhuang: Accurate Camera Calibration and Correction Using Rigidity and Radial Alignment Constraints. In: *4th International Symposium on 3D Data Processing, Visualization and Transmission*, 2008
- [Liu u. a. 2008b] LIU, Yu-Chih ; LIN, Kai-Ying ; CHEN, Yong-Sheng: Bird's-Eye View Vision System for Vehicle Surrounding Monitoring. In: SOMMER, Gerald (Hrsg.) ; KLETTE, Reinhard (Hrsg.): *Robot Vision* Bd. 4931. Springer Berlin / Heidelberg, 2008, S. 207–218
- [Longuet-Higgins 1981] LONGUET-HIGGINS, H. C.: A Computer Algorithm for Reconstructing a Scene from Two Projections. In: *Nature* 293 (1981), S. 133–135. – A computer algorithm for reconstructing a scene from two projections
- [Lopez-Nicolas und Sagues 2010] LOPEZ-NICOLAS, Gonzalo ; SAGUES, Carlos: Cata-dioptric Camera Model with Conic Mirror. In: *Proceedings of the British Machine Vision Conference*, BMVA Press, 2010, S. 1–10. – ISBN 1-901725-40-5
- [Luber 2008] LUBER, Andreas: *Methoden zur automatischen Bestimmung der äußeren Orientierung eines Kamerasystems im Bereich der Verkehrsbeobachtung*, Humboldt-Universität zu Berlin, Diplomarbeit, 2008
- [Luhmann u. a. 2007] LUHMANN, Thomas ; ROBSON, Stuart ; KYLE, Stephen ; HARLEY, Ian: *Close-Range Photogrammetry*. Wiley, 2007. – 510 S
- [Luong und Faugeras 1997] LUONG, Q. T. ; FAUGERAS, O. D.: Self-Calibration of a Moving Camera from Point Correspondences and Fundamental Matrices. In: *International Journal of Computer Vision* 22 (1997), Nr. 3, S. 261–289. – 0920-5691
- [Ma u. a. 2003] MA, Lili ; CHEN, Yangquan ; MOORE, Kevin L.: Rational Radial Distortion Models with Analytical Undistortion Formulae. In: *Computing Research Repository* cs.CV/0307047 (2003)
- [Ma u. a. 2004] MA, Lili ; CHEN, Yangquan ; MOORE, Kevin L.: Rational Radial Distortion Models of Camera Lenses with Analytical Solution for Distortion Correction. In: *International Journal of Information Acquisition* 1 (2004), Nr. 2, S. 135–147
- [Maas 1999] MAAS, Hans-Gerd: Image Sequence Based Automatic Multi-Camera System Calibration Techniques. In: *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 54 (1999), Nr. 5-6, S. 352–359
- [Magill 1955] MAGILL, Arthur A.: Variation In Distortion With Magnification. In: *Journal Of The Optical Society Of America* 45 (1955), Nr. 3, S. 148–152. – Variation In Distortion With Magnification



- [Mallon und Whelan 2004] MALLON, John ; WHELAN, Paul F.: Precise Radial Undistortion of Images. In: *17th International Conference on Pattern Recognition*, 2004
- [Mallon und Whelan 2007] MALLON, John ; WHELAN, Paul F.: Which Pattern? Biasing Aspects of Planar Calibration Patterns and Detection Methods Abstract / Dublin City University. 2007. – Forschungsbericht
- [Mallows 1973] MALLOWS, C. L.: Some Comments on  $C_P$ . In: *Technometrics* 15 (1973), S. 661–675
- [Éric Marchand und Chaumette 2001] MARCHAND Éric ; CHAUMETTE, François: A New Formulation for Non-Linear Camera Calibration Using Virtual Visual Servoing / INRIA. Januar 2001 (4096). – Forschungsbericht
- [Marquardt 1963] MARQUARDT, Donald: An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters. In: *Society for Industrial and Applied Mathematics* 2 (1963), S. 431–441
- [Matas u. a. 2002] MATAS, J. ; CHUM, O. ; URBAN, M. ; PAJDLA, T.: Robust Wide Baseline Stereo from Maximally Stable Extremal Regions. In: *British Machine Vision Conference*, 2002. – British Machine Vision Conference
- [Matsuoka u. a. 2006] MATSUOKA, Ryuji ; SUDO, Noboru ; YOKOTSUKA, Hideyo ; SONE, Mitsuo: Experiment on Precision of Camera Calibration of Non-Metric Digital Cameras. In: *ISPRS Commission V Symposium*, 2006
- [Maxwell 1854] MAXWELL, J. C.: Solutions of Problems. In: *Cambridge and Dublin Math. Journal* 8 (1854)
- [Maybank und Faugeras 1992] MAYBANK, Stephen J. ; FAUGERAS, Olivier D.: A Theory of Self-Calibration of a Moving Camera. In: *International Journal of Computer Vision* 8 (1992), Nr. 2, S. 123–151
- [McGlone u. a. 2004] MCGLONE, J. C. ; MIKHAIL, Edward M. ; BETHEL, James: *Manual of Photogrammetry*. 5. American Society for Photogrammetry and Remote Sensing, 2004
- [McLaughlin 1997] MCLAUGHLIN, Robert A.: Randomized Hough Transform: Improved Ellipse Detection with Comparison / University of Western Australia. University of Western Australia, 1997. – Forschungsbericht
- [Mei u. a. 2006] MEI, Christopher ; BENHIMANE, Selim ; MALIS, Ezio ; RIVES, Patrick: Constrained Multiple Planar Template Tracking for Central Catadioptric Cameras. In: *British Machine Vision Conference*, 2006, S. 619–628
- [Mei und Rives 2007] MEI, Christopher ; RIVES, Patrick: Single View Point Omnidirectional Camera Calibration from Planar Grids. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, April 2007

- [Mendonca und Cipolla 1999] MENDONCA, Paulo R. S. ; CIPOLLA, Roberto: A Simple Technique for Self-Calibration. In: *Computer Vision and Pattern Recognition, IEEE Computer Society Conference on* 1 (1999). – ISSN 1063-6919
- [Micheals und Boulton 2000] MICHEALS, Ross J. ; BOULT, Terrance E.: On the Robustness of Absolute Orientation. In: *International Conference on Robotics and Applications*, 2000. – On the Robustness of Absolute Orientation
- [Micusik 2004] MICUSIK, Branislav: *Two-View Geometry of Omnidirectional Cameras*, Czech Technical University, Dissertation, 2004
- [Micusik und Pajdla 2003] MICUSIK, Branislav ; PAJDLA, Tomas: Estimation of Omnidirectional Camera Model from Epipolar Geometry. In: *Computer Vision and Pattern Recognition* Bd. 1, 2003, S. 485–490
- [Micusik und Pajdla 2006] MICUSIK, Branislav ; PAJDLA, Tomas: Structure from Motion with Wide Circular Field of View Cameras. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 28 (2006), Juli, S. 1135–1149. – ISSN 0162-8828
- [Mikolajczyk und Schmid 2002] MIKOLAJCZYK, Krystian ; SCHMID, Cordelia: An Affine Invariant Interest Point Detector. In: *7th European Conference on Computer Vision*. London, UK, UK : Springer-Verlag, 2002 (ECCV '02), S. 128–142. – ISBN 3-540-43745-2
- [Miyamoto 1964] MIYAMOTO, Kenro: Fish Eye Lens. In: *Journal Of The Optical Society Of America* 54 (1964), August, Nr. 8, S. 1060–1061
- [Moons 1998] MOONS, Theo: A Guided Tour Through Multiview Relations. In: KOCH, Reinhard (Hrsg.) ; VAN GOOL, Luc (Hrsg.): *3D Structure from Multiple Images of Large-Scale Environments* Bd. 1506. Springer Berlin / Heidelberg, 1998, S. 304–346
- [Nayar 1997] NAYAR, Shree K.: Catadioptric Omnidirectional Camera. In: *Computer Vision and Pattern Recognition*, Juni 1997, S. 482–488
- [Nayar und Baker 1997] NAYAR, Shree K. ; BAKER, Simon: Catadioptric Image Formation. In: *DARPA Image Understanding Workshop (IUW)*, Mai 1997, S. 1431–1438
- [Nayar und Peri 2001] NAYAR, Shree K. ; PERI, V. N.: Folded Catadioptric Cameras. In: *Panoramic Vision*. Secaucus, NJ, USA : Springer-Verlag New York, Inc., 2001, S. 103–119. – ISBN 0-387-95111-3
- [Nüchter u. a. 2007] NÜCHTER, Andreas ; LINGEMANN, Kai ; HERTZBERG, Joachim ; SURMANN, Hartmut: 6D SLAM - 3D Mapping Outdoor Environments. In: *Journal of Field Robotics* 24 (2007), Nr. 8-9, S. 699–722
- [Nistér und Stewénus 2007] NISTÉR, David ; STEWÉNUS, Henrik: A Minimal Solution to the Generalised 3-Point Pose Problem. In: *Journal of Mathematical Imaging and Vision* 27 (2007), S. 67–79. – ISSN 0924-9907

- [Okatani und Deguchi 2009] OKATANI, Takayuki ; DEGUCHI, Koichiro: Easy Calibration of a Multi-projector Display System. In: *Comput. Vision* 85 (2009), Oktober, S. 1–18. – ISSN 0920-5691
- [Oliensis 2002] OLIENSIS, John: Exact Two-Image Structure from Motion. In: *Pattern Analysis and Machine Intelligence* 24 (2002), Dezember, Nr. 12, S. 1618–1633. – ISSN 0162-8828
- [Ollis u. a. 1999] OLLIS, Mark ; HERMAN, Herman ; SINGH, Sanjiv: Analysis and Design of Panoramic Stereo Vision Using Equi-Angular Pixel Cameras / Robotics Institute. Pittsburgh, PA, Januar 1999 (CMU-RI-TR-99-04). – Forschungsbericht
- [Orekhov u. a. 2007] OREKHOV, Vitaliy ; ABIDI, Besma ; BROADDUS, Chris ; ABIDI, Mongi: Universal Camera Calibration with Automatic Distortion Model Selection. In: *IEEE International Conference on Image Processing* 6 (2007), S. 397 – 400
- [Otepka 2004] OTEPKA, Johannes: *Precision Target Mensuration in Vision Metrology*, Technische Universität Wien, Dissertation, 2004
- [Pan 1997] PAN, He-Ping: The Kernel Of A Direct Closed-Form Solution To General Relative Orientation. In: *International Workshop on Image Analysis and Information Fusion*, 1997. – The Kernel Of A Direct Closed-Form Solution To General Relative Orientation
- [Pan u. a. 1995a] PAN, He-Ping ; BROOKS, Mike J. ; NEWSAM, Garry N.: Image Resituation: Initial Theory. In: *SPIE Videometrics*, 1995. – Image Resituation: Initial Theory
- [Pan u. a. 1995b] PAN, He-Ping ; HUYNH, Du Q. ; HAMLYN, Garry K.: Two-Image Resituation: Practical Algorithm. In: *Image Processing and Analysis Techniques* Bd. 2598, 1995, S. 174–190. – Two-Image Resituation: Practical Algorithm
- [Pedersini u. a. 1999] PEDERSINI, F. ; SARTI, A. ; TUBARO, S.: Accurate and Simple Geometric Calibration of Multi-Camera Systems. In: *Signal Processing* 77 (1999), Nr. 3, S. 309–334. – Accurate and simple geometric calibration of multi-camera systems
- [Peng und Li 2010] PENG, En ; LI, Ling: Camera calibration using one-dimensional information and its applications in both controlled and uncontrolled environments. In: *Pattern Recognition* 43 (2010), Nr. 3, S. 1188–1198. – Camera calibration using one-dimensional information and its applications in both controlled and uncontrolled environments
- [Peri und Nayar 1997] PERI, Venkata N. ; NAYAR, Shree K.: Generation of Perspective and Panoramic Video from Omnidirectional Video. In: *DARPA Image Understanding Workshop*, Mai 1997, S. 243–246
- [Perwass und Sommer 2006] PERWASS, Christian ; SOMMER, Gerald: The Inversion Camera Model. In: FRANKE, Katrin (Hrsg.) ; MÜLLER, Klaus-Robert (Hrsg.) ;

- NICKOLAY, Bertram (Hrsg.) ; SCHÄFER, Ralf (Hrsg.): *Pattern Recognition* Bd. 4174. Springer Berlin / Heidelberg, 2006, S. 647–656. – ISBN 978-3-540-44412-1
- [Pilu 1997] PILU, Maurizio: Uncalibrated Stereo Correspondence by Singular Value Decomposition. In: *Computer Vision and Pattern Recognition*, 1997
- [Pless 2003] PLESS, Robert: Using Many Cameras as One. In: *Computer Vision and Pattern Recognition, 2003. Proceedings. 2003 IEEE Computer Society Conference on* Bd. 2, Juni 2003, S. 587–593. – ISSN 1063-6919
- [Pollefeys 2002] POLLEFEYS, Marc: Visual 3D Modeling from Images / University of North Carolina - Chapel Hill, USA. 2002. – Forschungsbericht
- [Pollefeys und Gool 1997] POLLEFEYS, Marc ; GOOL, Luc V.: Self-Calibration From The Absolute Conic On The Plane At Infinity. In: *Computer Analysis Of Images And Patterns* 1296 (1997), S. 175–182. – Self-calibration From The Absolute Conic On The Plane At Infinity
- [Pollefeys u. a. 1998] POLLEFEYS, Marc ; KOCH, Reinhard ; GOOL, Luc V.: Self-Calibration and Metric Reconstruction Inspite of Varying and Unknown Intrinsic Camera Parameters. In: *International Journal of Computer Vision* 32 (1998), August, S. 7–25. – ISSN 0920-5691
- [Pollefeys u. a. 1999] POLLEFEYS, Marc ; KOCH, Reinhard ; VAN GOOL, Luc J.: A Simple and Efficient Rectification Method for General Motion. In: *ICCV*, 1999, S. 496–501
- [Pollefeys u. a. 1996] POLLEFEYS, Marc ; VAN GOOL, Luc ; OOSTERLINCK, André: The Modulus Constraint: A New Constraint for Self-Calibration. In: *Proceedings of the 1996 International Conference on Pattern Recognition*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 1996 (ICPR '96), S. 349–. – ISBN 0-8186-7282-X
- [Popoulis 1990] POPOULIS, A.: *Probability and Statistics*. Prentice-Hall, 1990
- [Puig u. a. 2011] PUIG, Luis ; BASTANLAR, Yalin ; STURM, Peter ; GUERRERO, J. J. ; BARRETO, Joao: Calibration of Central Catadioptric Cameras Using a DLT-Like Approach. In: *Comput. Vision* 93 (2011), Mai, S. 101–114. – ISSN 0920-5691
- [Ragot u. a. 2006] RAGOT, N. ; ERTAUD, J.-Y. ; SAVATIER, X. ; MAZARI, B.: Calibration of a Panoramic Stereovision Sensor : Analytical vs Interpolation-Based Methods. In: *IEEE Industrial Electronics, IECON 2006 - 32<sup>nd</sup> Annual Conference on*, November 2006, S. 4130–4135. – ISSN 1553-572X
- [Ramalingam u. a. 2005] RAMALINGAM, Srikumar ; STURM, Peter ; LODHA, Suresh K.: Towards Complete Generic Camera Calibration. In: *Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* Bd. 1, 2005, S. 1093–1098. – Towards complete generic camera calibration

- [Ramalingam u. a. 2010] RAMALINGAM, Srikumar ; STURM, Peter ; LODHA, Suresh K.: Generic self-calibration of central cameras. In: *Computer Vision and Image Understanding* 114 (2010), S. 210–219
- [Rissanen 1978] RISSANEN, Jorma: Modeling by shortest data description. In: *Automatica* 14 (1978), S. 465–658
- [Rosten und Loveland 2011] ROSTEN, Edward ; LOVELAND, Rohan: Camera Distortion Self-Calibration Using the Plumb-Line Constraint and Minimal Hough Entropy. In: *Mach. Vision Appl.* 22 (2011), Januar, S. 77–85. – ISSN 0932-8092
- [Rothwell u. a. 1995] ROTHWELL, C. ; CSURKA, G. ; FAUGERAS, Olivier D.: A Comparison of Projective Reconstruction Methods for Pairs of Views. In: *Fifth International Conference on Computer Vision*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 1995 (ICCV '95), S. 932–937. – ISBN 0-8186-7042-8
- [Rousseeuw und Leroy 1987] ROUSSEEUW, P. J. ; LEROY, A. M.: *Robust Regression and Outlier Detection*. New York, NY, USA : John Wiley & Sons, Inc., 1987. – ISBN 0-471-85233-3
- [Roy u. a. 1997] ROY, Sebastien ; MEUNIER, Jean ; COX, Ingemar J.: Cylindrical Rectification to Minimize Epipolar Distortion. In: *Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 1997 (CVPR '97), S. 393–399. – ISBN 0-8186-7822-4
- [Ruiz und de Teruel Ginés García-Mateos 2002] RUIZ, Alberto ; TERUEL GINÉS GARCÍA-MATEOS, Pedro E. L. de: A Note on Principal Point Estimability. In: *16th International Conference on Pattern Recognition (ICPR)*, 2002, S. 11–15
- [Sagawa u. a. 2005] SAGAWA, Ryusuke ; TAKATSUJI, Masaya ; ECHIGO, Tomio ; YAGI, Yasushi: Calibration of Lens Distortion by Structured-Light Scanning. In: *International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Edmonton, Canada, August 2005, S. 1349–1354
- [Salvi u. a. 2002] SALVI, Joaquim ; ARMANGUE, Xavier ; BATLLE, Joan: A Comparative Review Of Camera Calibrating Methods with Accuracy Evaluation. In: *Pattern Recognition* 35 (2002), S. 1617–1635
- [Salvi u. a. 2004] SALVI, Joaquim ; PAGES, Jordi ; BATLLE, Joan: Pattern codification strategies in structured light systems. In: *Pattern Recognition* 37 (2004), April, Nr. 4, S. 827–849
- [Samtaney 1999] SAMTANEY, Ravi: A Method To Solve Interior And Exterior Camera Calibration Parameters For Image Resection / NASA Ames Research Center. NASA, 1999. – Forschungsbericht. A Method To Solve Interior And Exterior Camera Calibration Parameters For Image Resection

- [Scaramuzza u. a. 2006] SCARAMUZZA, Davide ; MARTINELLI, Agostino ; SIEGWART, Roland: A Toolbox for Easy Calibrating Omnidirectional Cameras. In: *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2006
- [Schneider u. a. 2009] SCHNEIDER, D. ; SCHWALBE, E. ; MAAS, H.-G.: Validation of Geometric Models for Fisheye Lenses. In: *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 64 (2009), Nr. 3, S. 259–266. – Validation of geometric models for fisheye lenses
- [Schneider und Maas 2005] SCHNEIDER, Danilo ; MAAS, Hans-Gerd: Combined Bundle Adjustment Of Panoramic and Central Perspective Images. In: *International Archives of the Photogrammetry Remote Sensing and Spatial Information Sciences* 36 (2005), Nr. 5/W8, S. 4
- [Schwalbe 2005] SCHWALBE, Ellen: Geometric Modelling and Calibration of Fisheye Lens Camera Systems. In: *Panoramic Workshop*, 2005
- [Sebe und Chen 2002] SEBE, Ismail O. ; CHEN, George Q.: Multi-Camera Calibration / STMicroelectronics. STMicroelectronics Inc., 2002. – Forschungsbericht. Multi-Camera Calibration
- [Seedahmed und Habib 2002] SEEDAHMED, Gamal H. ; HABIB, Ayman F.: Linear Recovery of the Exterior Orientation Parameters in a Planar Object Space. In: *Symposium on Photogrammetric Computer Vision*, 2002, S. 245–249. – Linear Recovery of the Exterior Orientation Parameters in a Planar Object Space
- [Semple und Kneebone 1952] SEMPLE, J. G. (Hrsg.) ; KNEEBONE, G. T. (Hrsg.): *Algebraic Projective Geometry*. Oxford University Press, 1952
- [Serradell u. a. 2010] SERRADELL, Eduard ; ÖZUYSAL, Mustafa ; LEPETIT, Vincent ; FUA, Pascal ; MORENO-NOGUER, Francesc: Combining Geometric and Appearance Priors for Robust Homography Estimation. In: *11th European Conference on Computer Vision*. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 2010 (ECCV'10), S. 58–72. – ISBN 3-642-15557-X, 978-3-642-15557-4
- [Shah und Aggarwal 1996] SHAH, Shishir ; AGGARWAL, J. K.: Intrinsic parameter calibration procedure for a (high-distortion) fish-eye lens camera with distortion model and accuracy estimation. In: *Pattern Recognition* 29 (1996), November, Nr. 11, S. 1775–1788
- [Shannon 1948] SHANNON, Claude E.: A Mathematical Theory of Communication. In: *Bell System Technical Journal* 27 (1948), S. 379–423
- [Shashua 1994] SHASHUA, Amnon: Trilinearity in Visual Recognition by Alignment. In: EKLUNDH, Jan-Olof (Hrsg.): *European Conference on Computer Vision* Bd. 800, Springer Berlin / Heidelberg, 1994, S. 479–484. – ISBN 978-3-540-57956-4

- [Shashua 1995] SHASHUA, Amnon: Algebraic Functions For Recognition. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 17 (1995), August, S. 779–789. – ISSN 0162-8828
- [Shashua und Werman 1995] SHASHUA, Amnon ; WERMAN, Michael: Trilinearity of three perspective views and its associated tensor. In: *Fifth International Conference on Computer Vision*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 1995 (ICCV '95), S. 920–925. – ISBN 0-8186-7042-8
- [Shivaram und Seetharaman 1998] SHIVARAM, Guruprasad ; SEETHARAMAN, Guna S.: Calibration of Video Cameras using Spheres / University of Southwestern Louisiana. 1998. – Forschungsbericht
- [Shortis u. a. 1995] SHORTIS, Mark R. ; SNOW, Walter L. ; GOAD, William K.: Comparative Geometric Tests of Industrial and Scientific CCD Cameras using Plumb Line and Test Range Calibrations. In: *International Archives Photogrammetry and Remote Sensing* 30 (1995), S. 53–59
- [Smith u. a. 1999] SMITH, Philip W. ; JOHNSON, Keith B. ; ABIDI, Mongi A.: Efficient Techniques for Wide-Angle Stereo Vision Using Surface Projection Models. In: *Computer Vision and Pattern Recognition* Bd. 1. Fort Collins, Juni 1999, S. 113–118
- [Stamatopoulos u. a. 2010] STAMATOPOULOS, C. ; FRASER, C.S. ; CRONK, S.: On the Self-Calibration of Long Focal Length Lenses. In: J. P. MILLS, P.E. Miller I. N. (Hrsg.): *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences* Bd. XXXVIII. Newcastle Upon Tyne : IAPRS, 2010, S. 560–564. – On The Self-Calibration Of Long Focal Length Lenses
- [Stein 1997] STEIN, G. P.: Lens Distortion Calibration using Point Correspondences. In: *Computer Vision and Pattern Recognition*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 1997 (CVPR '97), S. 602–608. – ISBN 0-8186-7822-4
- [Stein 1993] STEIN, Gideon P.: *Internal Camera Calibration using Rotation and Geometric Shapes*, Massachusetts Institute Of Technology, Diplomarbeit, 1993
- [Stevenson und Fleck 1995] STEVENSON, Daniel E. ; FLECK, Margaret M.: Robot aerobics: four easy steps to a more flexible calibration. In: *5th International Conference On Computer Vision*, 1995, S. 34–39
- [Strand und Hayman 2005] STRAND, Rickard ; HAYMAN, Eric: Correcting Radial Distortion by Circle Fitting. In: *British Machine Vision Conference*, 2005
- [Strecha u. a. 2003] STRECHA, Christoph ; TUYTELAARS, Tinne ; GOOL, Luc V.: Dense Matching of Multiple Wide-baseline Views. In: *International Conference on Computer Vision* Bd. 2, 2003, S. 1194–1201. – IEEE International Conference on Computer Vision

- [StreLOW u. a. 2001] STRELOW, Dennis ; MISHLER, Jeffrey ; KOES, David ; SINGH, Sanjiv: Precise Omnidirectional Camera Calibration. In: *Computer Vision and Pattern Recognition*. Kauai, HI, 2001 (CVPR 2001), S. 689–694
- [Sturm 1997] STURM, Peter: Critical Motion Sequences for Monocular Self-Calibration and Uncalibrated Euclidean Reconstruction. In: *Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 1997 (CVPR '97), S. 1100–1109. – ISBN 0-8186-7822-4
- [Sturm 2002] STURM, Peter: Mixing Catadioptric and Perspective Cameras. In: *Proceedings of the Third Workshop on Omnidirectional Vision*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 2002 (OMNIVIS '02), S. 37–. – ISBN 0-7695-1629-7
- [Sturm und Barreto 2008] STURM, Peter ; BARRETO, João: General Imaging Geometry for Central Catadioptric Cameras. In: *10th European Conference on Computer Vision* Bd. 4, Springer, Oktober 2008, S. 609–622
- [Sturm und Ramalingam 2003] STURM, Peter ; RAMALINGAM, Srikumar: A Generic Calibration Concept: Theory and Algorithms / INRIA. Dezember 2003 (5058). – Rapport de Recherche
- [Sturm 2005] STURM, Peter F.: Multi-View Geometry for General Camera Models. In: *Computer Vision and Pattern Recognition* Bd. 1, Juni 2005, S. 206–212. – ISSN 1063-6919
- [Sturm und Maybank 1999] STURM, Peter F. ; MAYBANK, Stephen J.: On Plane-Based Camera Calibration: A General Algorithm, Singularities, Applications. In: *Computer Vision and Pattern Recognition, IEEE Computer Society Conference on* 1 (1999), S. 1432. – ISSN 1063-6919
- [Sturm u. a. 2011] STURM, Peter F. ; RAMALINGAM, Srikumar ; TARDIF, Jean-Philippe ; GASPARINI, Simone ; BARRETO, Joao P.: Camera Models and Fundamental Concepts Used in Geometric Computer Vision / Mitsubishi Electric Research Laboratories. 2011. – Forschungsbericht
- [Svoboda und Pajdla 2002] SVOBODA, Tomas ; PAJDLA, Tomas: Epipolar Geometry for Central Catadioptric Cameras. In: *Comput. Vision* 49 (2002), August, S. 23–37. – ISSN 0920-5691
- [Svoboda u. a. 1997] SVOBODA, Tomas ; PAJDLA, Tomas ; HLAVAC, Vaclav: Central Panoramic Cameras: Geometry and Design / Czech Technical University. 1997. – Forschungsbericht
- [Svoboda u. a. 1998] SVOBODA, Tomas ; PAJDLA, Tomas ; HLAVAC, Vaclav: Epipolar Geometry of Panoramic Cameras. In: *5th European Conference on Computer Vision*. London, UK : Springer-Verlag, 1998 (ECCV '98), S. 218–231. – ISBN 3-540-64569-1



- [Svoboda u. a. 2005] SVOBODA, Tomas ; PAJDLA, Tomas ; MARTINEC, Daniel: A Convenient Multi-Camera Self-Calibration for Virtual Environments. In: *Teleoperators And Virtual Environments* 14 (2005), Nr. 4. – A Convenient Multi-Camera Self-Calibration for Virtual Environments
- [Swaminathan u. a. 2003] SWAMINATHAN, R. ; GROSSBERG, M.D. ; NAYAR, S.K.: A Perspective on Distortions. In: *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)* Bd. II, Juni 2003, S. 594–601
- [Swaminathan u. a. 2001] SWAMINATHAN, Rahul ; GROSSBERG, Michael D. ; NAYAR, Shree K.: Caustics of Catadioptric Cameras. In: *ICCV01*, 2001, S. II:2–9
- [Swaminathan u. a. 2006] SWAMINATHAN, Rahul ; GROSSBERG, Michael D. ; NAYAR, Shree K.: Non-Single Viewpoint Catadioptric Cameras: Geometry and Analysis. In: *International Journal of Computer Vision* 66 (2006), März, Nr. 3, S. 211–229. – ISSN 0920-5691
- [Swaminathan und Nayar 2000] SWAMINATHAN, Rahul ; NAYAR, Shree K.: Nonmetric Calibration of Wide-Angle Lenses and Polycameras. In: *Pattern Analysis and Machine Intelligence* 22 (2000), Nr. 10, S. 1172–1178. – Nonmetric calibration of wide-angle lenses and polycameras
- [Tao u. a. 2004] TAO, Jun ; ZHAI, Ruifang ; ZHANG, Zuxun ; ZHANG, Jianqing: Calibration Of A Projector With A Planar Grid. In: ALTAN, Orhan (Hrsg.): *ISPRS Congress 2004* Bd. XXXV. Istanbul : IAPRS, 2004, S. 88ff. – Calibration Of A Projector With A Planar Grid
- [Tardif u. a. 2006] TARDIF, Jean-Philippe ; STURM, Peter ; ROY, Sebastien: Self-Calibration of a General Radially Symmetric Distortion Model. In: *Proceedings of the 9<sup>th</sup> European Conference on Computer Vision, Graz, Austria* Bd. 4, Springer, Mai 2006, S. 186–199
- [Tardif u. a. 2009] TARDIF, Jean-Philippe ; STURM, Peter ; TRUDEAU, Martin ; ROY, Sebastien: Calibration of Cameras with Radially Symmetric Distortion. In: *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on* 31 (2009), September, Nr. 9, S. 1552–1566. – ISSN 0162-8828
- [Teixeira u. a. 2006] TEIXEIRA, Lucas ; GATTASS, Marcelo ; FERNANDEZ, Manuel: Zhang's Camera Calibration: Step By Step / Tecgraf. 2006. – Forschungsbericht
- [Thirthala und Pollefeys 2005] THIRTHALA, Sriram ; POLLEFEYS, Marc: The Radial Trifocal Tensor: A Tool for Calibrating the Radial Distortion of Wide-Angle Cameras. In: *Computer Vision and Pattern Recognition*, 2005, S. 321–328
- [Thompson 1959] THOMPSON, E. H.: A Rational Algebraic Formulation of the Problem of Relative Orientation. In: *Photogrammetric Record* 3 (1959), Nr. 14, S. 152–159. – A rational algebraic formulation of the problem of relative orientation

- [Thompson 1968] THOMPSON, E. H.: The Projective Theory of Relative Orientation. In: *Photogrammetria* 23 (1968), Nr. 2, S. 67–80. – The projective theory of relative orientation
- [Tisseur und Meerbergen 2001] TISSEUR, Françoise ; MEERBERGEN, Karl: The Quadratic Eigenvalue Problem. In: *SIAM Rev.* 43 (2001), Februar, S. 235–286. – ISSN 0036-1445
- [Toepfer und Ehlgen 2007] TOEPFER, Christian ; EHLGEN, Tobias: A Unifying Omnidirectional Camera Model and its Applications. In: *Computer Vision, IEEE International Conference on* 0 (2007), S. 1–5. ISBN 978-1-4244-1630-1
- [Torr und Zisserman 1997] TORR, Philip H. S. ; ZISSERMAN, Andrew: Robust Parameterization and Computation of the Trifocal Tensor. In: *Image and Vision Computing* 15 (1997), S. 591–605
- [Torr und Murray 1997] TORR, P.H.S. ; MURRAY, D.W.: The Development and Comparison of Robust Methods for Estimating the Fundamental Matrix. In: *International Journal of Computer Vision* 24 (1997), Nr. 3, S. 271–300
- [Triggs 1998] TRIGGS, Bill: Autocalibration from Planar Scenes. In: *ECCV*, 1998
- [Triggs 2001] TRIGGS, Bill: Joint Feature Distributions for Image Correspondence. In: *International Conference on Computer Vision*, 2001
- [Triggs u. a. 2000] TRIGGS, Bill ; McLAUCHLAN, Philip F. ; HARTLEY, Richard I. ; FITZGIBBON, Andrew W.: Bundle Adjustment - A Modern Synthesis. In: *International Workshop on Vision Algorithms: Theory and Practice*. London, UK : Springer-Verlag, 2000 (ICCV '99), S. 298–372. – ISBN 3-540-67973-1
- [Tsai 1987] TSAI, Roger Y.: A Versatile Camera Calibration Technique for High-Accuracy 3D Machine Vision Metrology Using Off-the-Shelf TV Cameras and Lenses. In: *Robotics and Automation* 3 (1987), Nr. 4, S. 323–344
- [Tuytelaars und Gool 2000] TUYTELAARS, Tinne ; GOOL, Luc V.: Wide Baseline Stereo Matching based on Local, Affinely Invariant Regions. In: *British Machine Vision Conference*, September 2000 (BMVC'2000)
- [de Villiers u. a. 2011] VILLIERS, Jason de ; WILSON, Fintan ; NICOLLS, Fred: Effects of Lens Distortion Calibration Patterns on the Accuracy of Monocular 3D Measurements. In: *22nd Annual International Symposium of the Pattern Recognition Association of South Africa*. Emerald Casino and Resort, Vanderbijlpark, South Africa, November 2011 (PRASA)
- [de Villiers u. a. 2008] VILLIERS, Jason P. de ; LEUSCHNER, F. W. ; GELDENHUYS, Ronelle: Centi-pixel accurate real-time inverse distortion correction. In: *International Symposium on Optomechatronic Technologies* Bd. 7266, 2008, S. 1–8

- [Wang u. a. 2009] WANG, Aiqi ; QIU, Tianshuang ; SHAO, Longtan: A Simple Method of Radial Distortion Correction with Centre of Distortion Estimation. In: *J. Math. Imaging Vis.* 35 (2009), November, S. 165–172. – ISSN 0924-9907
- [Wang und Zhao 2010] WANG, Huo ; ZHAO, Yue: A New Planar Circle-based Approach for Camera Self-calibration. In: *Computational Information Systems* 6 (2010), Nr. 9, S. 2877–2883
- [Wang u. a. 2008] WANG, Jianhua ; SHI, Fanhuai ; ZHANG, Jing ; LIU, Yuncui: A New Calibration Model of Camera Lens Distortion. In: *Pattern Recognition* 41 (2008), Februar, Nr. 2, S. 607–615. – ISSN 0031-3203
- [Wang und Tsai 1991] WANG, Ling L. ; TSAI, Wen H.: Camera Calibration by Vanishing Lines for 3-D Computer Vision. In: *IEEE Transactions. Pattern Analysis and Machine Intelligence* 13 (1991), Nr. 4, S. 370–376. – Camera Calibration by Vanishing Lines for 3-D Computer Vision
- [Wei und Ma 1994] WEI, Guo-Qing ; MA, Song D.: Implicit and Explicit Camera Calibration: Theory and Experiments. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 16 (1994), Nr. 5, S. 469–480
- [Wei u. a. 2007] WEI, Wang ; HUI, Gao ; MAOJUN, Zhang ; ZHIHUI, Xiong: Multi-perspective Panorama Based on the Improved Pushbroom Model. In: *Proceedings of the Second Workshop on Digital Media and its Application in Museum & Heritage*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 2007 (DMAMH '07), S. 85–90. – ISBN 0-7695-3065-6
- [Weng u. a. 1992] WENG, Juyang ; COHEN, Paul ; HERNIOU, Marc: Camera Calibration with Distortion Models and Accuracy Evaluation. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (1992), Nr. 10, S. 965–980
- [Wester-Ebbinghaus 1985] WESTER-EBBINGHAUS, Wilfried: *Kamerakalibrierung in der photogrammetrischen Praxis*. Kap. Verfahren zur Feldkalibrierung von pñhogrammatischen Aufnahmekammern im Nahbereich, S. 119–127, Deutsche Geodätische Kommission, 1985
- [Wexler u. a. 2003] WEXLER, Yonatan ; FITZGIBBON, Andrew W. ; ZISSERMAN, Andrew: Learning epipolar geometry from image sequences. In: *Computer Vision and Pattern Recognition*, 2003
- [Wikipedia 2011] WIKIPEDIA: *Fischaugenobjektiv*. <http://de.wikipedia.org/wiki/Fischaugenobjektiv>. 2011. – Zugriff: 31.12.2011
- [Willson und Shafer 1994] WILLSON, Reg G. ; SHAFER, Steven A.: What is the Center of the Image? In: *Optical Society of America* 11 (1994), November, Nr. 11, S. 2946–2955

- [Wood 1911] WOOD, Robert W.: *Physical Optics*. New York : The Macmillan Company, 1911
- [Xiao Chen und Nelson 2007] XIAO CHEN, He ; NELSON, H. C. Y.: New Method for Overcoming Ill-Conditioning in Vanishing-Point-Based Camera Calibration. In: *Optical Engineering* 46 (2007), Nr. 3
- [Xie und Ji 2002] XIE, Yonghong ; JI, Qiang: A New Efficient Ellipse Detection Method. In: *International Conference on Pattern Recognition* Bd. 2, 2002, S. 957–960 vol.2
- [Xiong und Turkowski 1997] XIONG, Yalin ; TURKOWSKI, Ken: Creating Image-Based VR Using a Self-Calibrating Fisheye Lens. In: *Proceedings of the 1997 Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR '97)*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 1997 (CVPR '97), S. 237–. – ISBN 0-8186-7822-4
- [Yakimovsky und Cunningham 1978] YAKIMOVSKY, Y. ; CUNNINGHAM, R.: A System for Extracting Three-Dimensional Measurements From a Stereo Pair of TV Cameras. In: *Computer Graphics and Image Processing* 7 (1978), Nr. 2, S. 195–210. – ISSN 0146-664X
- [Yamaguchi 2011] YAMAGUCHI, Jun'ichi: *Three Dimensional Measurement Using Fisheye Stereo Vision*. InTech, 2011. – 151–164 S
- [Yao u. a. 2005] YAO, Jie ; KHARMA, Nawwaf ; GROGONO, Peter: A Multi-Population Genetic Algorithm for Robust and Fast Ellipse Detection. In: *Pattern Analysis & Applications* 8 (2005), Nr. 1, S. 149–162
- [Ying und Hu 2004a] YING, Xianghua ; HU, Zhanyi: Can We Consider Central Catadioptric Cameras and Fisheye Cameras within a Unified Imaging Model. In: PAJDLA, Tomas (Hrsg.) ; MATAS, Jiri (Hrsg.): *Computer Vision - ECCV 2004* Bd. 3021. Springer Berlin / Heidelberg, 2004, S. 442–455
- [Ying und Hu 2004b] YING, Xianghua ; HU, Zhanyi: Catadioptric Camera Calibration Using Geometric Invariants. In: *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 26 (2004), Oktober, S. 1260–1271. – ISSN 0162-8828
- [Ying und Hu 2004c] YING, Xianghua ; HU, Zhanyi: Distortion Correction Of Fisheye Lenses Using A Non-Parametric Imaging Model. In: *Asian Conference on Computer Vision*. Jeju, Korea, 2004 (ACCV04), S. 527–532
- [Zeller und Faugeras 1996] ZELLER, Cyril ; FAUGERAS, Olivier: Camera Self-Calibration from Video Sequences: The Kruppa Equations Revisited / INRIA. 1996. – Forschungsbericht
- [Zeroual und Liazid 2003] ZEROUAL, Ibrahim ; LIAZID, Abdelkrim: Use Of DLT In Photogrammetric Metrology. In: *FIG Working Week*. Paris, 2003. – Use Of DLT In Photogrammetric Metrology

- [Zhang 2004a] ZHANG, Cheng: *Practice and Theory of Extracting 3D Information From Fish-Eye Pictures*, Shandong University, Dissertation, 2004
- [Zhang u. a. 2003] ZHANG, Yong-jun ; ZHANG, Zu-xun ; ZHANG, Jian-qing: Flexible Planar-Scene Camera Calibration Technique. In: *Wuhan University Journal of Natural Sciences* 8 (2003), Nr. 4, S. 1090–1096
- [Zhang 1995] ZHANG, Zhengyou: Parameter Estimation Techniques: A Tutorial with Application to Conic Fitting / INRIA. 1995 (2676). – Forschungsbericht
- [Zhang 1996] ZHANG, Zhengyou: On the Epipolar Geometry Between Two Images with Lens Distortion. In: *International Conference on Pattern Recognition*. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 1996 (ICPR '96), S. 407–411. – ISBN 0-8186-7282-X
- [Zhang 1998] ZHANG, Zhengyou: A Flexible New Technique For Camera Calibraion / Microsoft Research. Microsoft Research, 1998. – Forschungsbericht. A Flexible New Technique For Camera Calibraion
- [Zhang 1999] ZHANG, Zhengyou: Flexible Camera Calibration by Viewing a Plane from Unknown Orientations. In: *International Conference on Computer Vision* Bd. 1, 1999, S. 666–673
- [Zhang 2004b] ZHANG, Zhengyou: Camera Calibration with One-Dimensional Objects. In: *Pattern Analysis and Machine Intelligence* 26 (2004), Nr. 7, S. 892–899
- [Zheng u. a. 2006] ZHENG, Shunyi ; YANG, Ling ; SUN, Mingwei: Camera Calibration from Profile of Revolution. In: *Geo-spatial Information Science* 9 (2006), März, Nr. 1, S. 38–44



# Index

- AIC, 29
- Auflösungsvermögen, 42, 52
- Brennweite, 44
- DLT
  - generisch, **89**
- Epipolargeometrie
  - generische, 95
  - Modell, 98
  - Parameterbestimmung, 98
- Exzentrizität, 56, 85
- Fischaug, 41, **42**
- fisheye, *siehe* Fischaug
- Hauptpunkt, 36, **69**
- Inklination, 37
- Kalibrierung
  - direkt, 83
  - indirekt, 83
  - parameterfrei, 34
  - Startwerte, 86
- Kameraklasse, 38
  - Dioptrik, 41
  - Katoptrik, 41
- Katadioptrik, **51**
  - zentral, **53**
- Kaustik, 39, **62**
  - Dimension, 41
  - koaxiale Ausdehnung, 63
  - Modellierung, **63**
- Kollinearitätsgleichung, 37
  - allgemeine, 38
- Matrix
  - essentielle, 26
  - Fundamental-, 26
- Messfeld, 84
- Modell
  - äquidistant, **46**
  - Conrady-Brown, **68**
  - division, 50
  - division model, 56, **60**
  - flächentreu, **46**
  - Gennery, 48
  - global, 34
  - Katadioptrik, **54**
  - Kugelmodell, 50, **55**
  - lokal, 34
  - nicht-parametrisch, 34
  - orthogonal, **46**
  - parametrisch, 35
  - perspektivisch, **43**
  - polynomiell, **59**
  - rational, **60**
  - stereographisch, **45**
- Modulationsübertragungsfunktion, 42
- MTF, *siehe* Modulationsübertragungsfunktion
- Orientierung
  - äußere, 38
- Padé Approximation, 60
- Parameteroptimierung, 92
  - Fehlermaße, 94
- Projektionszentrum, 44
- Quadrik, 55

## *Index*

radiale Modellfunktion, 37

Startwerte, **86**

Statistisches Kriterium, 28

SVC, 38

Taylor-Reihenentwicklung, 59

Verzeichnung

Affinität, **74**

Dünnes Prisma, **74**

Korrelation, **75**

radial-asymmetrisch, **73**

radial-symmetrisch, **71**

Scherung, **74**

Verzeichnungsmodell, **67**

Zentralperspektive, 44



# Selbständigkeitserklärung

Ich erkläre, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und nur unter Verwendung der angegebenen Literatur und Hilfsmittel angefertigt habe.

Berlin, den 21.07.2014

Andreas Luber



# Danksagung

Die Erstellung dieser Arbeit wäre ohne die Unterstützung zahlreicher Menschen nicht möglich gewesen.

Besonders herzlich bedanken möchte ich mich bei meinem Doktorvater Prof. Dr. Ralf Reulke, der mich mit dem spannenden Thema der Photogrammetrie und allen seinen Facetten vertraut gemacht hat. Er hat mich stets uneingeschränkt und geduldig in allen Bereichen unterstützt. Jederzeit gewährte er mir die notwendige fachliche Hilfe die zur Zielerreichung notwendig war.

Meine Kollegen und Kolleginnen vom Institut für Verkehrssystemtechnik danke ich für die vielen Anregungen und Diskussionen zum Thema. Ich bedanke mich ins besondere bei Dr. Anko Börner und Dr. Marek Junghans, die mir wertvolle Hinweise und Anregungen zu dieser Arbeit gaben.

Mein besonderer Dank gilt meiner Familie ohne deren Unterstützung, Geduld und Verständnis die langjährige Schaffensphase nicht möglich gewesen wäre. Insbesondere meiner Mutter Silvia und meiner Frau Stefanie danke ich für die akribische und ausdauernde Suche nach Fehlern und die Herstellung der Konformität dieser Arbeit mit den Regeln der deutschen Rechtschreibung und Grammatik.